

# 升降速曲线对直线电机系统性能影响的研究

侯伯杰<sup>1,2</sup>, 周云飞<sup>1</sup>, 李小清<sup>1</sup>

(1. 华中科技大学 数字制造装备与技术国家重点实验室, 湖北 武汉 430074;

2. 郑州大学 机械工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:**对一次速度曲线升降速、二次速度曲线升降速、三次速度曲线升降速以及三角函数速度曲线升降速曲线进行了分析,并对后 3 种升降速曲线对运动控制系统加/减速时间、定位精度等性能的影响分别进行了研究。利用 Matlab 仿真证明二次速度曲线是目前最适用于高速高精直线电机运动控制系统的加/减速曲线,并在带前馈的直线电机伺服实验平台上进行了验证实验。

**关键词:**直线电机;升降速曲线;冲击;定位精度;高速高精

**中图分类号:**TM359. 4

**文献标识码:**A

## Research on Effects of Accelerating/Decelerating Curve to the Performance of Linear Motor System

HOU Bo-jie<sup>1,2</sup>, ZHOU Yun-fei<sup>1</sup>, LI Xiao-qing<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Digital Manufacturing Equipment and Technology, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, Hubei, China; 2. School of Mechanical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, Henan, China)

**Abstract:** The linearity speed curve (trapezoid) accelerating/decelerating (acc/dec) algorithm, the quadratic speed curve (S-shape) acc/dec algorithm, the cubic speed curve acc/dec algorithm and the trigonometric function speed curve acc/dec algorithm were analyzed. The effects of the later three algorithms to the performance of linear motor system were studied. It is proved by Matlab simulation that the S-shape acc/dec algorithm is the most suitable for linear motor motion control system. The validating tests are carried out in a linear motor with "PID + feedforward control".

**Key words:** linear motor; accelerating/decelerating curve; impulse; positioning accuracy; high speed/accuracy

## 1 引言

直线电机由于具有高速、高加速、高刚度、定位精确等优点,正被日益广泛地应用到生产、生活的各个领域<sup>[1]</sup>。尤其适用于需要高速、高精控制的场合,如芯片加工、芯片检验、芯片切片、薄片焊接、高速精密数控加工、激光盘系统的定位等。

在普通的计算机数控(CNC)等伺服控制系统中,由于控制精度与运动速度都要求不高,一般采用普通 PID 控制,其升降速方式采用一次速度曲线(梯形曲线)即可满足要求。但对直线电机构成的高速高精运动控制系统,由于高速高精的特点使得其对冲击特别敏感,因此减小冲击成为提

高其运动精度的必须。在普通 CNC 中广为采用的一次速度曲线因为加减速开始与结束时均存在加速度突变,会对系统产生较大的柔性冲击,缩短电机的寿命,且满足不了直线电机运动控制系统的高精度要求<sup>[2]</sup>。

本文分别对一次速度升降速曲线、二次速度(S 曲线)升降速曲线、三次速度升降速曲线以及三角函数速度升降速曲线进行了全面分析,对能消除柔性冲击的后 3 种加减速曲线对直线电机伺服系统加/减速时间、位置定位精度等性能的影响进行了研究。利用 Matlab 仿真证明 S 曲线是目前最适用于直线电机运动控制系统的加减速曲线,并在直线电机复合前馈 PID 伺服控制实验平

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50775088)

作者简介:侯伯杰(1963—),男,博士生,副教授,Email:hbj@zzu.edu.cn

台上进行了验证实验。

## 2 直线电机伺服实验平台介绍

直线电机工作时,其动子受力主要是电机驱动力  $F$  和摩擦阻力  $F_L$  等。直线电机机构简图及其工作时的受力状况如图 1 所示。

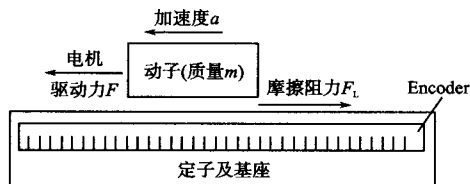


图 1 直线电机动子受力分析

Fig. 1 Analysis of the rotor of the linear motor

系统运动学方程为

$$m\ddot{x} + F_L = F$$

$$\text{即 } m\ddot{x} + c\dot{x} = F \quad (1)$$

式中:  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  分别为直线电机动子的加速度和速度;  $c$  为粘质阻尼系数;  $F_L$  为摩擦阻力,  $F_L = c\dot{x}$ 。考虑到本论文实验中所使用电机为带气浮支撑的直线电机,摩擦阻力为零,式(1)简化为

$$m\ddot{x} = F \quad (2)$$

对式(2)两边进行拉氏变换,得:

$$ms^2 X(s) = F(s)$$

因此,直线电机机械传递函数为

$$G_p(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{ms^2} \quad (3)$$

直线电机伺服实验平台采用带前馈的 PID 控制器,图 2 为其框图。若直线电机不具备气浮支撑,则直线电机的机械传递函数成为

$$G_p(s) = X(s)/F(s) = 1/(ms^2 + cs)$$

此时要同时考虑速度前馈和加速度前馈,但处理过程与此类似<sup>[3-4]</sup>。

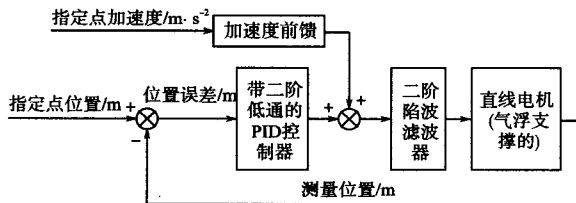


图 2 带气浮支撑直线电机控制框图

Fig. 2 Block diagram of the linear motor with air bearing

## 3 常用升降速曲线分析

运动物体在运动期间,若其速度曲线有突变,将对与其相连的物体产生无穷大的加速度和惯性

力,从而产生很大的冲击,这种冲击称为刚性冲击。若速度曲线连续,而仅是加速度有一些突变,因突变为有限值,引起的冲击较小,故称这种冲击为柔性冲击<sup>[5]</sup>。

在运动控制中,常用的升降速曲线有一次速度曲线、二次速度曲线、三次速度曲线和三角函数速度曲线。下面分别对它们进行分析。

### 3.1 一次速度升降速曲线

在该升降速模式中,加速度  $a$  为常数,速度  $v$  为时间的一次函数,由于速度的升、降速曲线呈梯形形状,故又称“梯形”升降速曲线。图 3 所示分别为按梯形升降速的加速度和速度曲线。由图 3 可知,该种升降速模式的升降速过程可分为 3 个区段,即升速段、恒速段和减速段,其加速度、速度可分别表示为

$$a = \begin{cases} a_{\max} & (\text{升速段}) \\ 0 & (\text{恒速段}) \\ -a_{\max} & (\text{减速段}) \end{cases} \quad (4)$$

$$v = \begin{cases} a_{\max} t & (\text{升速段}) \\ v_{\max} & (\text{恒速段}) \\ v_{\max} - a_{\max} t & (\text{减速段}) \end{cases} \quad (5)$$

由式(4)可知:加速度在升速开始和结束、减速开始和结束时均产生突变,分别是  $0 \sim a_{\max}$  和  $0 \sim -a_{\max}$  的跃变,会对运动系统产生柔性冲击,诱发振动,将缩短系统的寿命。因此,在高速高精的直线电机系统中较少使用一次速度升降速曲线。

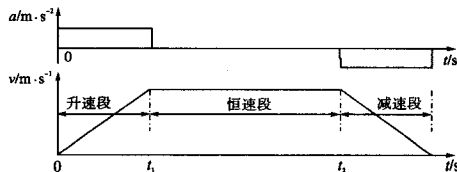


图 3 梯形升降速的加速度、速度曲线

Fig. 3 Acceleration and velocity trapezoid acc/dec curve

### 3.2 S 升降速曲线

为了消除升降速时对运动系统的柔性冲击,人们提出了用二次速度曲线进行升降速。

图 4 所示分别为使用 S 曲线升降速的加加速度(Jerk)、加速度、速度曲线。由图 4 可知,该种升降速模式的升降速过程可分为 7 个区段,即:①加加加速段,②匀加加速段,③减加加速段,④恒速段,⑤减减减速段,⑥匀减减速段和⑦加减减速段。在这种升降速模式中,加加速度为常数,加速度、速度分别为时间的一次、二次函数,由于速度曲线的升、降速段总体呈“S”形状,故又称“S”升降速曲线。

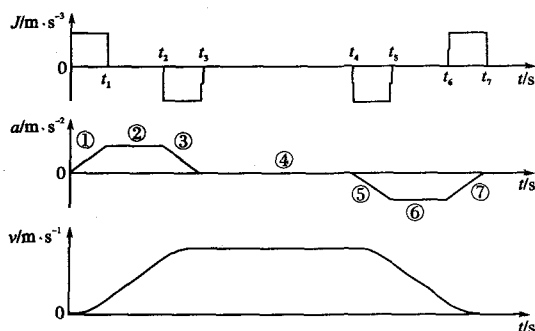


图 4 S 曲线升降速的加加速度、加速度、速度曲线

Fig. 4 Jerk, acceleration and velocity of the S-shape acc/dec curves

其加加速度、加速度、速度可分别表示为

$$J = \begin{cases} \pm J_{\max} & (\text{加加速段与加减速段取“+”号,} \\ & \text{而减加速段与减减速段取“-”号}) \\ 0 & (\text{匀加速段,恒速段和匀减速段}) \end{cases} \quad (6)$$

$$a = \begin{cases} 0 & (\text{恒速段}) \\ a_{\text{段初值}} + Jt & (\text{其他段}) \end{cases} \quad (7)$$

式中:加加速段、减减速段的  $a_{\text{段初值}} = 0$ ;匀加速段、减加速段的  $a_{\text{段初值}} = a_{\max}$ ,匀减速段、加减速段的  $a_{\text{段初值}} = -a_{\max}$ 。

$$v = \begin{cases} v_{\max} & (\text{恒速段}) \\ v_{\text{段初值}} + a_{\text{段初值}}t + \frac{1}{2}Jt^2 & (\text{其他段}) \end{cases} \quad (8)$$

式中:加加速段的  $v_{\text{段初值}} = 0$ ,减减速段的  $v_{\text{段初值}} = v_{\max}$ ;其余各段的速度初始值分别等于其相邻前一段结束时的速度值。

由式(7)知 S 曲线升降速的加速度连续,所以此种加速模式对系统无柔性冲击。但由式(6)知其加加速度不连续,在转折点有突变,故在运动过程中系统还存在部分余振,因此人们采用三次速度曲线和三角函数速度曲线来获取连续的加加速度以取得更好的加减速效果<sup>[3-4]</sup>。

### 3.3 三次速度升降速曲线

图 5 所示分别为三次曲线升降速的加加速度的导数(dJ)、加加速度(Jerk)、加速度、速度曲线。由图知:该种升降速模式的升降速过程可分为 15 个区段,即:(1)加加加速段、(2)匀加加速段、(3)减加加速段、(4)匀加速段、(5)减减加速段、(6)匀减加速段、(7)加加减加速段、(8)恒速段、(9)减减减加速段、(10)匀减减加速段、(11)加减减加速段、(12)匀减减加速段、(13)加加减加速段、(14)匀加减加速段和(15)减加减加速段。

其加加速度的导数(dJ)、加加速度、加速度、速度可分别表示为

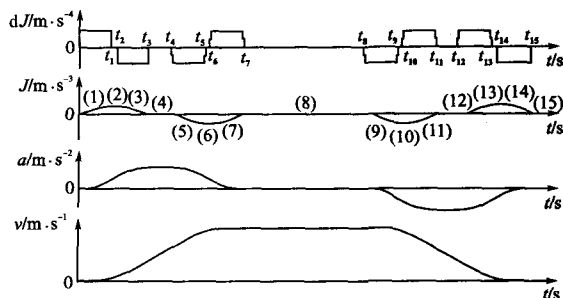


图 5 三次速度曲线升降速的加加速度导数、加加速度、加速度、速度曲线

Fig. 5 dj, jerk, acceleration and velocity of the cubic acc/dec curves

$$dJ = \begin{cases} \pm dJ_{\max} & (\text{加加加速段,加减加速段,加减} \\ & \text{减速段和加加减速段取“+”号,} \\ & \text{减加加速段,减减加速段,减减} \\ & \text{减速段和减加减速段取“-”号}) \\ 0 & (\text{匀加加速段,匀加速段,匀减} \\ & \text{加速段,恒速段,匀减减速} \\ & \text{段,匀减速段,匀加减速段}) \end{cases} \quad (9)$$

$$J = \begin{cases} 0 & (\text{匀加加速段,恒速段,匀减速段}) \\ J_{\text{段初值}} + dJ \cdot t & (\text{其他段}) \end{cases} \quad (10)$$

式中,加加加速段、减减加速段、减减减加速段和加加减速段的  $J_{\text{段初值}} = 0$ ,匀加加速段、减加加速段、匀加减速段和减加减速段的  $J_{\text{段初值}} = J_{\max}$ ,匀减加速段、加减加速段、匀减减速段和加减减速段的  $J_{\text{段初值}} = -J_{\max}$ 。

$$a = \begin{cases} 0 & (\text{恒速段}) \\ a_{\text{段初值}} + J_{\text{段初值}}t + \frac{1}{2}dJ \cdot t^2 & (\text{其他段}) \end{cases} \quad (11)$$

式中,加加加速段和减减减加速段的  $a_{\text{段初值}} = 0$ ,减减加速段的  $a_{\text{段初值}} = a_{\max}$ ,加加减速段的  $a_{\text{段初值}} = -a_{\max}$ ,其余各段的加速度初始值分别等于其相邻前一段结束时的加速度值。

$$v = \begin{cases} v_{\max} & (\text{恒速段}) \\ v_{\text{段初值}} + a_{\text{段初值}}t + \frac{1}{2}J_{\text{段初值}}t^2 + \frac{1}{6}dJ \cdot t^3 & (\text{其他段}) \end{cases} \quad (12)$$

式中,加加加速段的  $v_{\text{段初值}} = 0$ ,减减减加速段的  $v_{\text{段初值}} = v_{\max}$ ,其余各段的速度初始值分别等于其相邻前一段结束时的速度值。

在这种升降速模式中,加加速度的导数(dJ)为常数,加加速度、加速度、速度分别为时间的一次、二次、三次函数。该加减速模式的加速度及加加速度均连续,所以对系统无冲击。理论上能得到比 S 曲线升降速更为平稳的运动性能,但此种

升降速曲线实现的复杂度大大增加,S曲线升降速所对应的加速度曲线是阶次仅为1次的梯形曲线,而三次速度曲线升降速获得的加速度曲线的阶次为二次。

### 3.4 三角函数升降速曲线

另一种获得连续的加加速度的方法是采用三角函数曲线来进行升降速<sup>[7]</sup>。因为正弦(余弦)函数的无穷阶导数都是连续的,若选取速度曲线为

$$v = \frac{1}{2} v_{\max} [1 - \cos(\frac{t\pi}{t_1})] \quad (13)$$

式中: $t_1$  为加/减速时间。

则其加速度、加加速度分别为

$$a = \frac{\pi}{2t_1} v_{\max} \sin(\frac{t\pi}{t_1}) \quad (14)$$

$$J = \frac{\pi^2}{2t_1^2} v_{\max} \cos(\frac{t\pi}{t_1}) \quad (15)$$

图6所示分别为按三角函数(余弦)升降速的加加速度、加速度、速度曲线。由图6可知,该种升降速模式的升降速过程也分为3个区段,即:升速段、恒速段和减速段。由于加加速度、加速度、速度都为时间的三角函数,都不存在突变,对系统无冲击。理论上也能得到比S曲线升降速更为平稳的运动性能,但由于要计算三角函数,此种升降速曲线实现的计算复杂度增加很多。

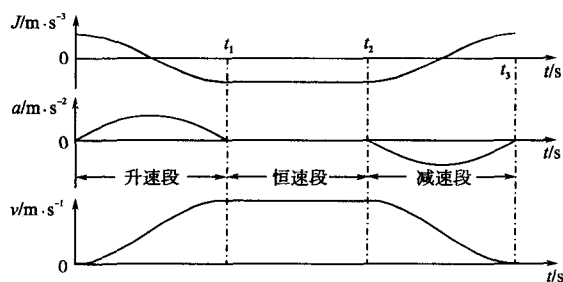


图6 余弦升降速的加加速度、加速度、速度曲线

Fig. 6 Jerk, acceleration and velocity of the cosine acc/dec curves

## 4 Matlab 仿真与实验

从图3~图6可知,除了梯形曲线的速度曲线外,其他3种加减速曲线的速度曲线都较平滑,对电机系统无柔性冲击,都适用于高速高精的直线电机系统。所以,本文以下内容仅对S曲线升降速、三次速度曲线升降速和余弦速度曲线升降速3种情况进行讨论。为了对这3种加减速方式的加减速时间指标进行对比,采用相同的最高运行速度( $v_{\max} = 0.2 \text{ m/s}$ )及最大加速度( $a_{\max} = 4$

$\text{m/s}^2$ )等参数。图7所示为用Matlab对它们的升速过程进行的模拟结果。由图7可知,S曲线加减速模式的加速时间最短,从静止加速到最高速度只用了0.07 s。三次速度曲线加减速模式最长达0.086 s,余弦加减速模式居中,为0.08 s。图7所示结果还未考虑实时控制时的加减速计算时间。若考虑余弦速度曲线三角函数的计算时间,则其升速时间将不比三次速度曲线升降速时间短。所以,按后2种升速曲线从静止加速到最高速度(0.2 m/s)要比用S曲线多用至少20%的时间。因此从快速升降速和消除柔性冲击的角度考虑,S曲线升降速是高速高精的直线电机系统的的首选。

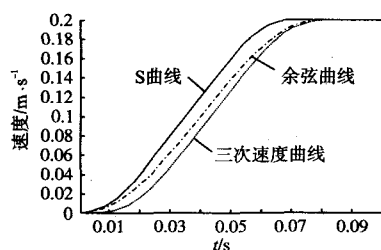


图7 3种加减速曲线的升速时间对比

Fig. 7 Comparison of 3 acc/dec curves in accelerating time

为了对比3种不同升降速曲线对直线电机伺服系统定位精度的影响,在Matlab用Simulink进行了仿真。根据实验条件,仿真动子质量为45 kg,前馈系数42。

PID参数为: $K_P = 4.6 \times 10^4$ ,  $K_I = 1.8 \times 10^7$ ,  $K_D = 1.3 \times 10^6$ 。

图8所示为3种升降速曲线对应的位置误差。由图8可知,使用3种升降速曲线的位置误差相差不多(使用余弦曲线升速时的位置误差最小,为5.9  $\mu\text{m}$ ,使用S曲线升速曲线时的位置误差最大,为6.5  $\mu\text{m}$ ,使用二次速度曲线升降速时的位置误差居中,为6.3  $\mu\text{m}$ ,最大与最小仅相差不到10%),由此可知,用S曲线升降速时加加速

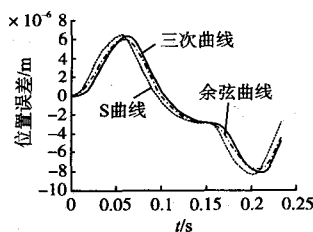


图8 3种加减速曲线的位置误差对比

Fig. 8 Comparison of 3 acc/dec curves in positioning errors

度不连续对直线电机定位精度造成的影响较小。考虑到 S 曲线相对其它两种曲线具有升降速快(大于 20%)的优点使得其成为当前最适用于高精度直线电机运动控制系统的升降速曲线。

在美国阿诺德公司带气浮的直线电机上进行实验,位置检测采用 Encoder,分辨率为  $1\ \mu\text{m}$ 。采用基于 TI6711DSP 的运动控制卡,采样频率为 2.5 kHz。直线电机的电机常数为 63 N/A,动子重 45 kg。

分别按不同的加减速方式进行多次测试,实验结果很好地验证了仿真结论。

## 5 结论

应用速度平滑的 S 曲线对直线电机进行升降速控制,能消除对系统的柔性冲击,具有较短的升降速时间和较小的跟踪位置误差,是现阶段直线电机高速高精运动控制中升降速曲线的首选。将来随着高速 DSP 的应用,三角函数曲线升降速也是一种可选的方案。

## 参考文献

- [1] 郭庆鼎,王成元,周美文. 直线交流伺服系统的精密控制技术[M]. 北京:机械工业出版社,2001.
- [2] 胡建华,廖文和,周儒荣. CNC 系统中几种升降速控制曲线的研究与比较[J]. 南京航空航天大学学报,1999,31(6):706-711.
- [3] 侯伯杰,李小青,周云飞,等. 直线电机伺服系统的复合前馈 PID 控制[J]. 机床与液压,2009,37(2):56-58.
- [4] Paul Lambrechts,Matthijs Boerlage, Maarten Steinbuch. Trajectory Planning and Feedforward Design for Electromechanical Motion Systems[J]. Control Engineering Practice, 2005, 13(2):145-157.
- [5] 孙桓. 机械原理[M]. 北京:高等教育出版社,2006.
- [6] 丛爽,尚伟伟. 运动控制中点到点控制曲线的性能研究[J]. 机械与电子,2005(7):16-19.
- [7] 郭新贵,李从心. 一种新型柔性加减速算法[J]. 上海交通大学学报,2003,37(2):205-207.
- [8] Sonja Macfarlane,Elizabeth A Croft. Jerk-bounded Manipulator Trajectory Planning: Design for Real-time Applications[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 2003, 19(1):42-52.

收稿日期:2010-02-12

修改稿日期:2010-05-22

~~~~~

(上接第 75 页)

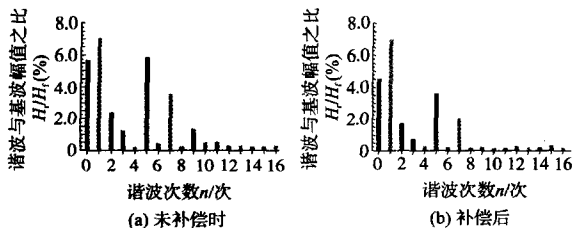


图 6 谐波分量比例

Fig. 6 Harmonics contents

## 4 结论

由实验结果可以得出以下结论。

1) 从图 5 相电流波形图看出,补偿前的相电流有明显畸变,零电流钳位现象明显,其结果将引起转矩脉动;补偿后的电流得到了改善,正弦性较好,有效地消除了死区效应造成的零电流钳位现象。

2) 从图 6 中电流的谐波分量图看出,补偿之后的电流低次谐波含量比补偿前有所降低,有效地抑制了谐波,改善了电流波形。

## 参考文献

- [1] 吴茂刚,赵荣祥,汤新舟. 矢量控制永磁同步电动机低速轻载运行的研究[J]. 电工技术学报,2007,20(7):87-92.
- [2] Kim HyunSoo, Moon HyungTae, Youn MyungJoong. On-line Dead-time Compensation Method Using Disturbance Observer[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2003,18(6):1336-1345.
- [3] 孙向东,钟彦儒. 一种新颖的死区补偿时间测量方法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(2):103-107.
- [4] 胡庆波,吕征宇. 一种新颖的基于空间矢量 PWM 的死区补偿方法[J]. 中国电机工程学报,2005,25(3):13-17.
- [5] Urasaki N, Senjyu T, Uezato K. On-line Dead-time Compensation Method for Permanent Magnet Synchronous Motor [C]//IEEE International Conference on Industrial Technology, Bangkok, Thailand, 2002, 268-273.
- [6] 黄志武,阳同光. 一种新型的矢量控制逆变器死区时间补偿[J]. 电气传动,2008,38(8):48-51.
- [7] 王高林,于泳,杨荣峰,等. 感应电机空间矢量 PWM 控制逆变器死区效应补偿[J]. 电工技术学报,2008,28(15):79-83.

收稿日期:2010-02-06

修改稿日期:2010-05-18