

1. 序言

为了习得马达控制技術，需要先理解如下基礎学問。

- (1) 数学 ； 三角関数，指数関数，複素関数，微分，積分，行列，座標（直交，極）
- (2) 電気电路 ； 交流理論（3相交流，歪交流），過渡現象
- (3) 控制理論 ； 普ラ普ス変換，伝達関数古典控制（比例積分控制），滤波器
- (4) 電磁気学 ； 力矩発生原理

筆者至今作成の技術資料中最基礎的資料为

技術 0-1_馬达控制上必要的知識 三角関数_yymmdd. doc

技術 0-2_馬达控制上必要的知識 电感_yymmdd. doc

等

本技術資料为基礎技術的第 3 段，关于永久磁石同步马达进行说明。

2. 电流与磁通与力量，方向關係是？

2.1 佛来明左手的法則（右螺丝的力量法則）

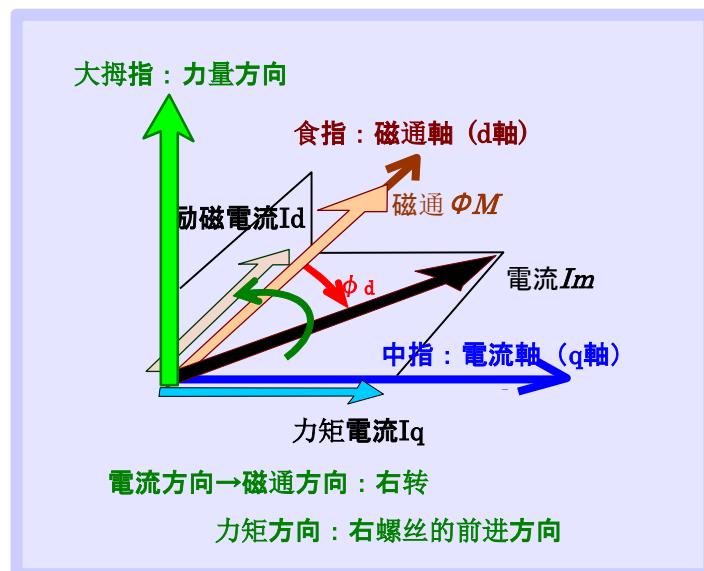


图 2-1 根据佛来明左手法則（右螺丝力量法則）的力量方向說明

<所谓的力量的方向？>

「佛来明左手的法則」

中 指 → 電流軸 (橫軸, q 軸; quadrature)

食指 → 磁束軸 (直軸, d 軸; direct)

大拇指 → 作用于電流的力量方向

「右螺丝的力量法則」

从電流方向向磁通方向旋转右螺丝 ⇒ 螺丝前进的方向为力量的方向。

<将電流分成 2 个成分> 矢量控制的基礎中的基礎

从磁通軸（食指）向電流軸（中指） ϕ_d 的位置上，假设有個 I_m 大小的電流。

此时，将電流分成如下2个成分来处理。

d 軸成分；

$$I_d = I_m \cdot \cos \phi_d$$

q 軸成分；

$$I_q = I_m \cdot \sin \phi_d$$

2.2 右螺丝的法則其 1

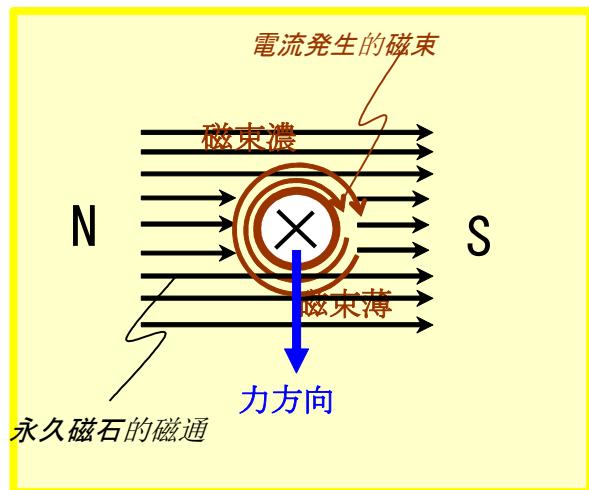


图 2-2 右螺丝的法則其 1

<電流方向与磁通方向>

- 導線上导通電流的话，一定会产生磁通。磁束的流动都有方向。
- 表示此磁通方向的法則就是，右螺丝的法則其 1。
 - 如果右螺丝前进方向上合起電流方向，就旋转右螺丝的方向上流动磁通。
 - 磁通溜过来的方向为N，流去的方向为S。（風向为，風来的方向）

<力量的方向>

- 「右螺丝的法則」
从電流方向向磁通方向旋转右螺丝 \Rightarrow 螺丝前进的方向为力量的方向。
- 解除磁通粗密的方向（自然界是安定，均一地作用）

永久磁铁磁通与導線磁通的 2 種存在

- 図 2-2 的上面，2 个磁束方向为一样，磁束会变濃（磁束密度大）。
- 図 2-2 の下面为，2 个磁通方向为逆方向，磁束变薄（磁束密度小）。
- 磁通想要均一分布，从磁通濃的侧向薄的侧发生力量。図 2 中从上往下发生力量。

3. 带刷子直流马达的力矩發生原理 (右螺丝的法則其 2)

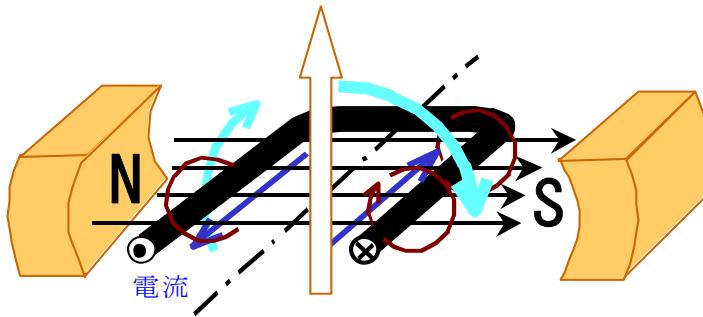


图 3-1 以导通线圈的電流而發生的磁通 (右螺丝的法則其 2)

<以线圈電流而發生的磁通的方向>

○根据右螺丝的法則 1，考虑図 2 的磁通方向。

右侧的導線与左侧的導線各个上，适用右螺丝的法則 (其 1)，以线圈围住的空間内，从下到上方向流动磁通。

○对此，连贯线圈上流动的電流方向与磁通方向的法則就是，右螺丝法則 (其 2)。旋转右螺丝的方向上合起電流方向的话 (从図 2 的下側向于上側，向右转方向旋)，右螺丝的前进方向上，以线圈围住的空間内流动磁通。

<力量的方向>

存在永久磁铁磁通与线圈磁通的 2 種，成为不同的磁通方向。在此，为了 2 种磁通方向变成一致，线圈上力量起个作用。

<旋转軸方向>

带刷子直流马大时，人固定永久磁铁，让线圈旋转而做。跟着，作用于线圈上的力量，为使 2 种磁通的方向一致，线圈旋转。図 3 的例中右转方向旋转。

4. 永久磁铁同步马达的力矩發生原理

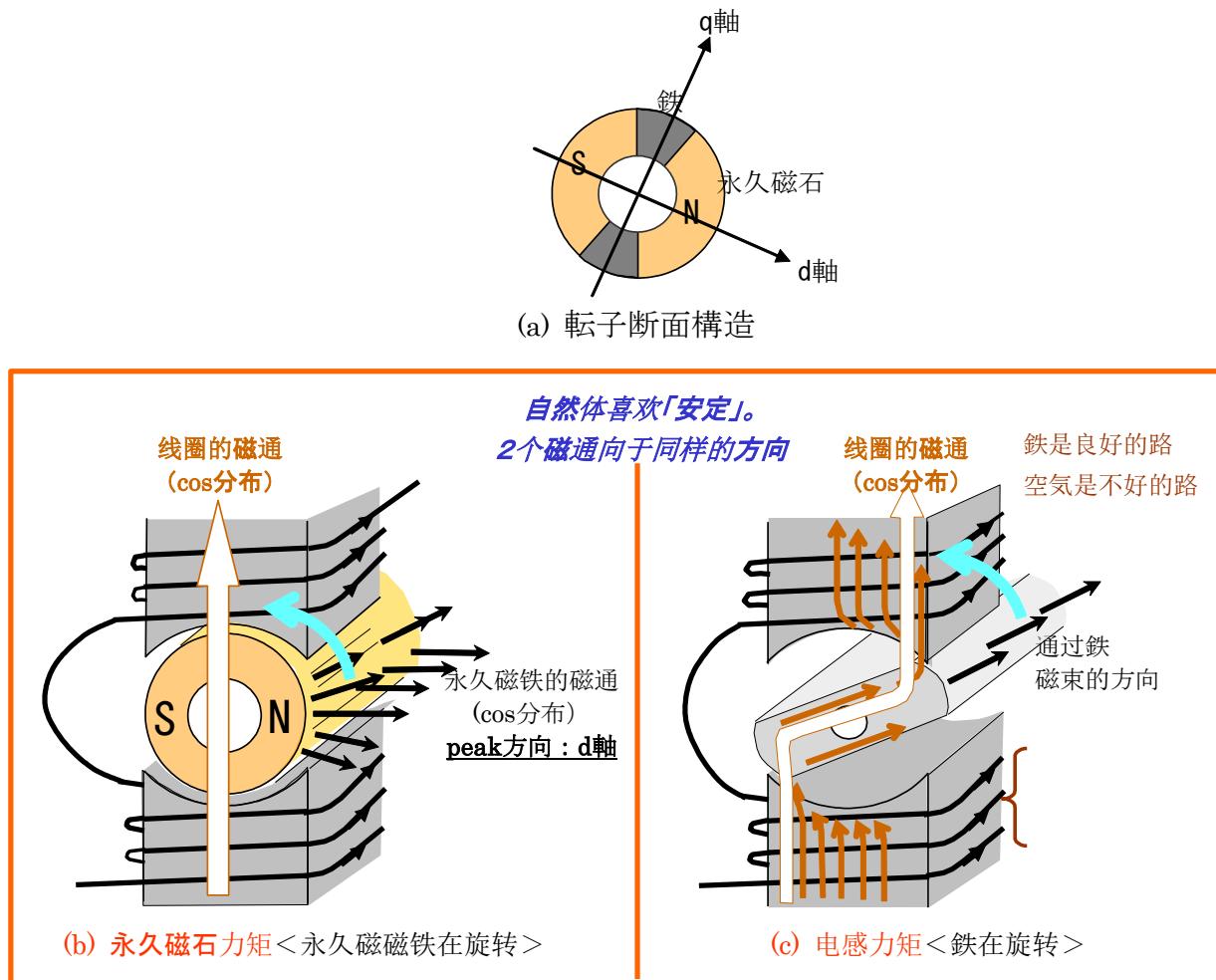


图 4-1 利用 2 个力量的永久磁铁同步马达

<軸子的断面構造> 図 4-1(a) 参照

最近的永久磁铁同步马达的軸子，永久磁铁的N極与S極之間有鐵。再加上以线圈發生的磁通与永久磁铁間的力量，发生鐵的力量（电感力矩）。

图 4-1 中，为了说明 2 个力量，一个是只有永久磁铁的转子时和，只有铁时候的转子时分开。

<永久磁石磁束的方向与分布, 及鐵的配置位置>

从配置在转子的磁铁发生磁通。设计为軸子表面上以 cos 関数形状分布永久磁铁磁通。

磁通出来的N極側，磁通最濃的位置（cos 関数的波高值位置）为 d 軸的正方向位置。从那向旋转方向超前 90 度的方向为 q 軸，q 軸上配置鐵的幅中央。

<以线圈電流而發生的磁束的方向与分布> 図 4-1 (b) (c) 参照

○根据右螺丝的法則 2，考虑以图 4-1 的线圈電流而發生的磁通的方向。

旋转右螺丝的方向上合起電流的方向，(从图 4-1 的下側到向上側向右方向旋转)，向右螺丝前进的方向以线圈围住的内側流动磁通，通过转子側。

○図 4-1 中将线圈磁通用白色箭形符号表示, 铁心的中央位置为 \cos 関数的波高值位置, 使磁束分布而设计马达。此位置叫线圈轴。(詳細参照図 7)

<永久磁铁 力量方向与旋转方向> 図 4-1(b) 参照

存在永久磁铁磁通与线圈磁通 2 種, 各个的磁通方向不同。在此为了两个磁通方向一致, 线圈上作用自然力量。

永久磁铁同步马达时, 人固定线圈, 让永久磁铁旋转。跟着让 2 个磁通的方向一致, 永久磁铁回旋转。図 4 的例中, 左旋转。

<铁 力量方向与旋转方向> 図 4-1(c) 参照

以固定子线圈做的磁通通过转子, 如果线圈磁通位置与铁的位置方向偏, 就通过铁的磁通方向和固定子侧的磁通方向不同。在此, 让 2 个磁通方向一致, 线圈上作用自然力。然后, 线圈被固定, 铁就左旋。

<永久磁铁磁通与线圈磁通間角度与力矩の関係> 図 5 参照

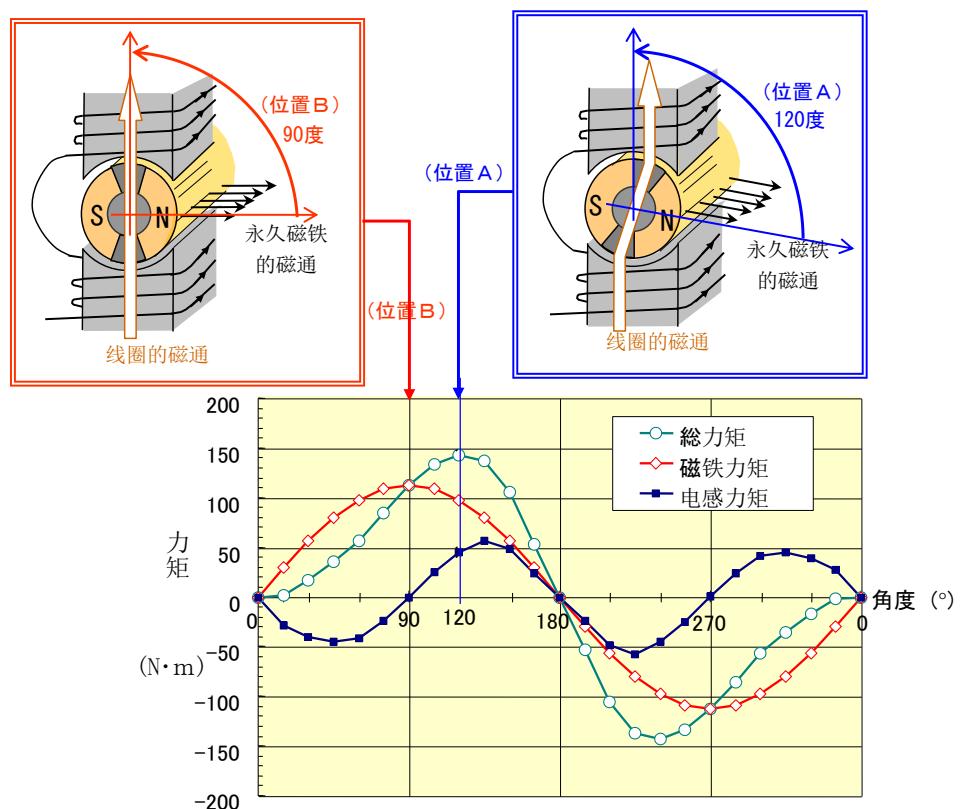


図 4-2 电感力矩与永久磁铁力矩の例
(线圈磁通-永久磁铁磁通間位置与马达力矩の関係)
出展 OHMSHA 「易懂 小形马达技术」

将永久磁铁磁通与线圈磁通間角度作为横軸, 图 4-2 为画各角度差时發生的力矩。同図中, 永久磁铁力矩, 铁力矩 (电感力矩), 加 2 个的總力矩等个曲線。

对于从 0 度到 360 度的 2 个磁通間角度, 永久磁铁力矩是每 180 度时变化为正力矩和负力矩, 正数的最大为 90 度, 负数的最大为 270 度时發生。一方, 电感力矩是每 90 度正→负→正→负来变化,

正的最大为 135 度与 315 度, 负的最大为 45 度与 225 度时发生。加算 2 个力矩的总力矩从马达被输出。此总力矩变最大的位置为, 图 4-2 的例中 120 度 (正的最大) 或者是 300 度 (负的最大) 的位置。

这些力矩, 比例于线圈上通电的电流大小而大小会变化。例如为了在 90 度的磁通间角度时输出跟 120 度的磁通间角度与同样力矩, 必须导通很大的电流。反过来说, 出同样的力矩时也 120 度的磁通间角度位置关系的话可以作为电流最小。

此电流最小的磁通间角度为, 图 4-2 中是 120 度, 但是不是每次都是 120 度, 根据不同的马达, 根据力矩而变化。图 4-3 表示的是其情况。

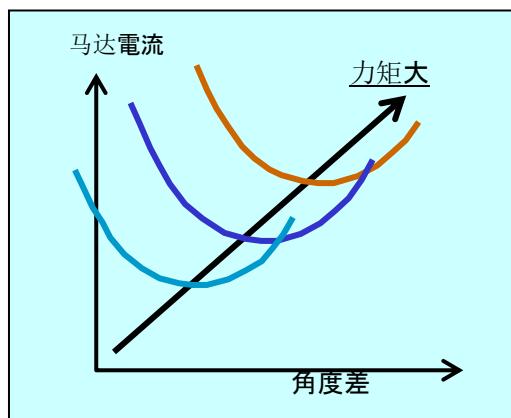


图 4-3 马达电流变成最小的 2 个磁通间角度的变化

<3 相线圈的磁通分布>

使用图 4-2 的说明中, 以固定转子不让转子旋转时发生的力矩来说明。解除固定的话 0 度或者是 180 度位置上转子会移动, 力矩就成 0, 这样就不起马达作用。为了继续出力量发挥马达的功能, 使维持同样的角度差来旋转线圈磁通。(检测永久磁铁磁通位置, 比其超前的位置上做磁通。)

转转线圈磁通的装置之一为 3 相线圈。

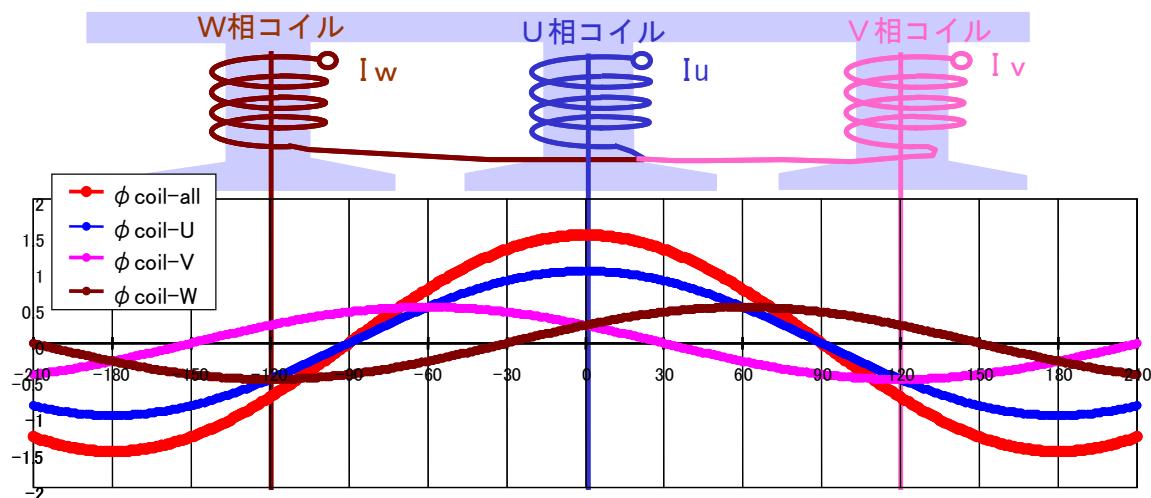


图 4-4 导通 3 相马达的线圈电流 ($I_v=I_w=-I_u/2<0$) 时的磁通分布之例

图 4-4 表示的是，将 U 相线圈的中心部作为 $\theta = 0$ 直线展开 3 相马达的，相互离开 120 度的位置上 U 相，V 相，W 相的各相线圈与，各相线圈上以 $I_v = I_w = -I_u/2$ 关系导通直流电流时的，以各相线圈作成的磁通（ ϕ_{coil-u} ；蓝色线， ϕ_{coil-v} ；粉色线， ϕ_{coil-w} ；棕色线），及合成的磁通（ $\phi_{coil-all}$ ；红色线）的空間分布。

但是为了进行说明，图 4-4 的举得例子是，永久磁铁磁極間没有鉄的转子时的空間磁通分布。

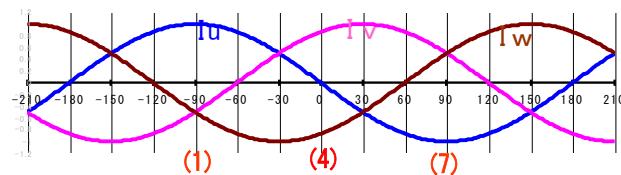
自从各相线圈的磁通，通过气隙（图中没有表示）进入軸子，通过軸子内部从离开 180 度的位置通过气隙，（图中没有表示）进入在离开 180 度的逆位置的线圈，通过固定子铁心回到原来的线圈位置。对于此磁通的流动，图 4-4 表示的是气隙的磁通分布。各相都是将线圈中心部的底下作为 peak 的，cos 関数的磁通分布的马达。

对于 U 相线圈磁通分布，V 相线圈及 W 相线圈磁通分布为，分布于 120 度離開的位置上，图 4-4 中将 V 相，W 相的电流作为 U 相电流的 $-1/2$ ，所以磁通的 peak 值也成为 $-1/2$ 倍的磁通分布。

所谓的线圈磁通位置是，cos 関数分布的正的 peak 值（N 極）的位置。图 7 的例中 U 相线圈磁通位置为 0 度，V 相线圈磁通位置为 -60 度，W 相线圈磁通位置为 60 度，合成线圈磁束位置为 0 度。

<线圈磁束分布的旋转原理>

○電流的時間上變化



○线圈磁通的空間分布 (永久磁鐵的極間无铁的軸子時)

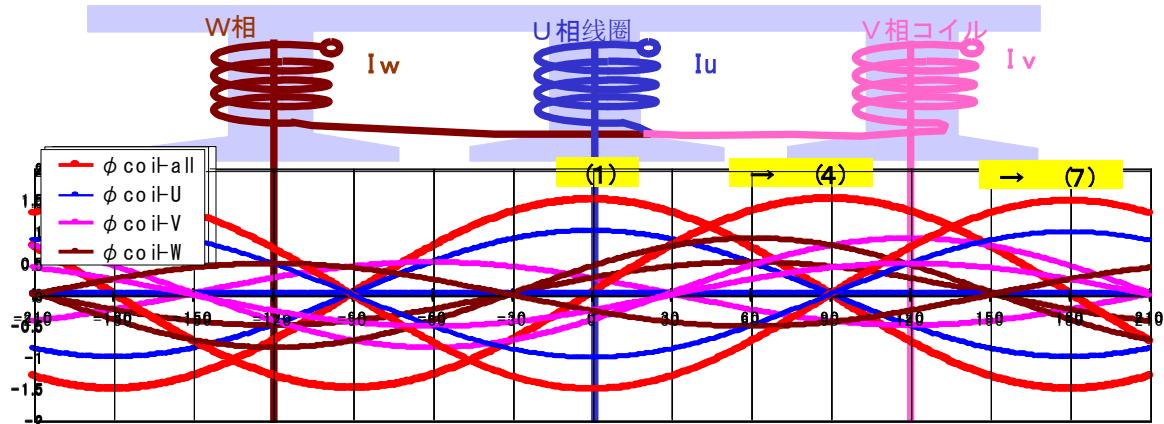


图4-5 合成线圈磁通的旋转

○ 3相馬達の3相線圈各个上導通3相交流電流，能知道以各个線圈發生的合成磁通的全磁通的空間分布在旋转。將此旋转磁界用公式來表現。

○ 交流電流的公式

$$i_u = I_{peak} \cos(\omega t + \phi_d) \quad \text{--- (1) U}$$

$$i_v = I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d - \frac{2}{3}\pi\right) \quad \text{--- (1) V}$$

$$i_w = I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d + \frac{2}{3}\pi\right) \quad \text{--- (1) W}$$

○ 各相的线圈磁通

ϕ_I ：从线圈軸的线圈磁通分布的偏位 (永久磁鐵的極間无铁軸子時)

ϕ_d ：从锁交于线圈的永久磁鐵磁通角色看的電流位相

(注) 磁通 = 電流 × 电感，但是以下公式的表現時，將电感 = 1 来處理。

$$\phi_{coil-u}(t, \theta) = i_u \cos(\theta + \phi_I)$$

$$= I_{peak} \cos(\omega t + \phi_d) \cdot \cos(\theta + \phi_I) \quad \text{--- (2) u}$$

$$= \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I)$$

$$\begin{aligned}
\phi_{coil-v}(t, \theta) &= i_v \cos\left(\theta + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d - \frac{2}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\theta + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I - \frac{4}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
\phi_{coil-w}(t, \theta) &= i_w \cos\left(\theta + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d + \frac{2}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\theta + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I + \frac{4}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I)
\end{aligned}
\tag{2} v$$

○ 各相线圈磁通的總和 (合成线圈磁通)

$$\begin{aligned}
\phi_{total}(t, \theta) &= \phi_{coil-u}(t, \theta) + \phi_{coil-v}(t, \theta) + \phi_{coil-w}(t, \theta) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&\quad + \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&\quad + \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&= \frac{3}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I)
\end{aligned}
\tag{3}$$

上式为表示旋转磁界的公式。

○ 例

磁束成为 $\frac{3}{2} I_{peak}$ 的位置 ; 从 $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = 0$, $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I$

磁束成为 0 的位置 ; 从 $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = \frac{\pi}{2}$, $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I - \frac{\pi}{2}$

磁束成为 $-\frac{3}{2} I_{peak}$ 的位置 ; 从 $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = \pi$, $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I - \pi$

磁束成为 0 的位置 ; 从 $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = \frac{3\pi}{2}$, $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I - \frac{3\pi}{2}$

<合成线圈磁束位置的求法>

合成图 4-4 及图 4-5 的各相线圈磁通的磁通图是用 EXCEL 計算求出来的。将合成线圈磁通分布的位置(磁通的 peak 位置)不用 EXCEL 計算求出的方法是, $I_v=I_w=-I_u/2 < 0$ 时作为例子使用图 4-6 说明。

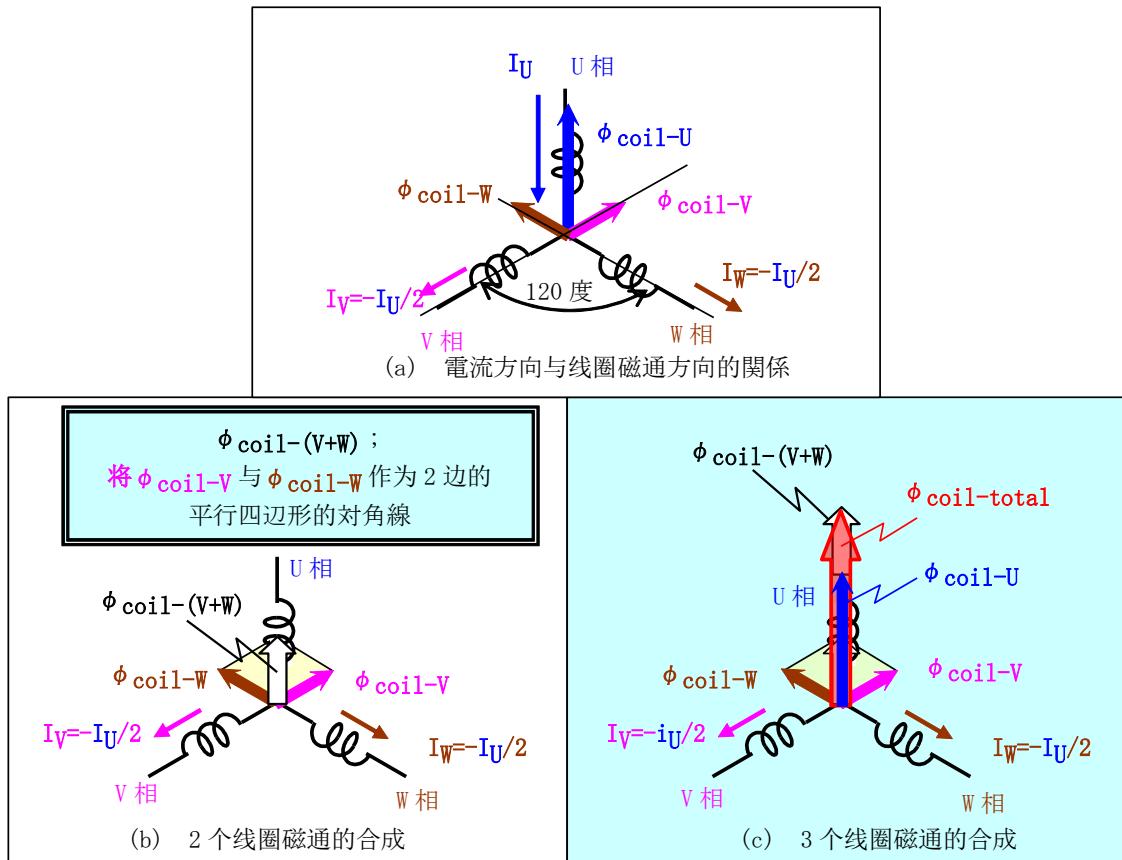


图 4-6 合成线圈磁通的方向与大小的求法

($I_v=I_w=-I_u/2 < 0$ 的时作为例子)

○ 卷線電流方向与线圈磁通方向的定義； 图 4-6(a) 参照

· 马达電流为正 (流入线圈) $I_U > 0$:

从线圈中心部向将线圈軸上向于外面的方向发生 U 相线圈磁通 ϕ_{coil-U}

· 马达電流为负 (从线圈流出) $I_V = -I_U/2 < 0$, $I_W = -I_U/2 < 0$:

从线圈中心部向于跟线圈軸反对方向的方向上发生 V 相线圈磁通 ϕ_{coil-V} , W 相线圈磁通 ϕ_{coil-W} 。

这些磁通的大小, U 相线圈磁通 ϕ_{coil-U} 的半分

○ 2 个线圈磁通 ϕ_{coil-V} 与 ϕ_{coil-W} 的合成磁通 $\phi_{coil-(V+W)}$ ； 图 4-6(b) 参照

将 ϕ_{coil-V} 与 ϕ_{coil-W} 作为 2 边的平行四边形的对角線为, 合成磁通 $\phi_{coil-(V+W)}$ 。

$I_v=I_w=-I_u/2$ 时, 跟 ϕ_{coil-U} 同样的方向, 大小为 ϕ_{coil-V} 及 ϕ_{coil-W} 的 $\cos 60^\circ \times 2 = 1$ 倍, 即是 ϕ_{coil-U} 的 1/2 倍

○ 3 个线圈磁通的合成 $\phi_{coil-total}$ ； 图 4-6(c) 参照

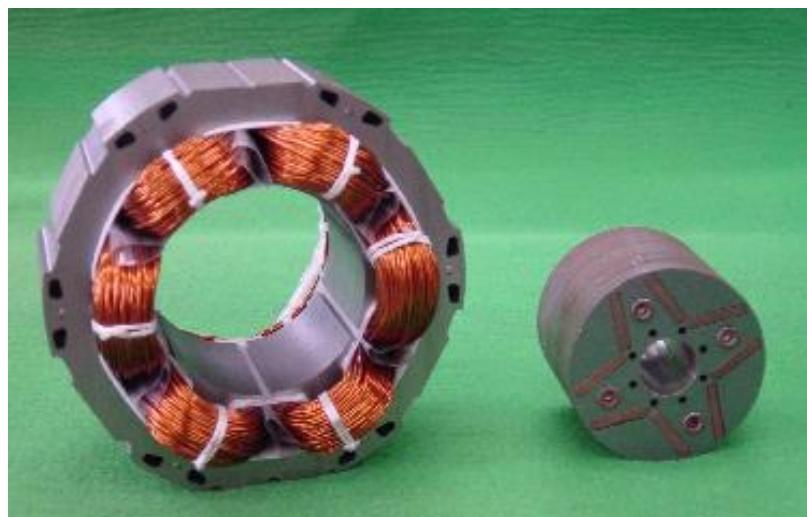
2 个线圈磁通 ϕ_{coil-V} 与 ϕ_{coil-W} 的合成磁通 $\phi_{coil-(V+W)}$ 与, 跟 U 相线圈磁通 ϕ_{coil-U} 同样方向, 所以合成磁通也成为一样的方向, 大小为 ϕ_{coil-U} 的 1.5 倍

5. 永久磁铁同步马达的種類

<転子与固定子的实物照片的例>



(a) 固定子：分布巻， 転子：埋入型／非突極転子／铁氧体磁铁



(b) 固定子：集中巻， 転子：埋入型／突極型／稀土磁铁

図5-1 転子与固定子の構造例 2種類

○，図5-1表示的是空调压缩機用的永久磁铁同步马达的固定子与転子的实物照片 2種類。

同図 (a) 固定子：分布巻，

転子：埋入型／非突極転子／铁氧体磁铁

同図 (b) 固定子：集中巻，

転子：埋入型／突極型／铁氧体磁铁

○稀土磁铁跟铁氧体磁铁比较，磁通密度高的高性能磁铁。

采用稀土磁铁的同図 (b) 的马达是，軸方向的長度短的小型化的马达。

<構造分類>

表5-1 構造分類

馬達構造	軸子磁鐵位置		軸子磁鐵配置		固定子巻線構造	
	表面磁鐵型	埋入磁鐵型	非突極型	突極型 (磁極間有鐵)	分布巻	集中巻
関連図表	表 5-1		表 5-1, 図 5-2		図 5-3	

○表面磁鐵型 (Surface Permanent Magnet) 軸子

軸子磁鐵露出軸子鐵心表面的。

在此说的露出是磁氣上的露出，为了防止由于遠心力的磁石飛散，由于不锈钢，玻璃纖維強化塑料 (GFRP glass fiber reinforced plastics) 等的非磁性体被覆盖的表面型。

埋入磁石型 (Interior Permanent Magnet) 軸子

軸子磁鐵埋入于軸子鐵心内部的。

○非突極型軸子

磁鐵的N極与S極之间，无鐵的軸子。馬達力矩是只是永久磁鐵力矩时發生。

突極型軸子

磁鐵的N極与S極之間配置鐵的軸子，发生电感力矩。

(注) 馬達虽然设计上是非突極型，但是为了固定磁極間的磁鐵也有鐵的馬達。

特性上持有弱的突極性，发生很少的电感力矩。例如図5-1 (a)

○集中巻固定子

巻線在一个牙齿上。可以做扁平形状。

端部長的減少、就成为巻線电阻的減少、成为銅損、効率向上有好处。

但是，旋转磁界上高次谐波多。

- 对于磁通空間分布的正弦波，主要包含 3 次高次谐波。

- 线圈被卷的集中→ 磁通也集中

分布巻固定子

一般的巻線 (誘導馬達)

最少也度过 3 缝的線端部長度大，銅量增加。

軸方向的長度短的扁平馬達上不适合。

但是，高次谐波少的旋转磁界是可以的。

- 线圈分布着被卷。→ 磁通分布。

(注) 電氣学会中，埋入磁鐵型=突極型，表面磁鐵型=非突極型 的同義語来处理。

因为也存在磁鐵露出在表面的突極型馬達，本資料中，用位置与配置的语言来另外处理。

<転子磁鐵位置：表面磁鐵（S PM）与埋込磁鐵（I PM）>

表 5-2 表面磁鐵形与埋込磁鐵形的比較

	表面磁石型 (S PM)	埋込磁石型 (I PM)
回転子構造		
永久磁石		永久磁石
輔助磁極		
有効磁束量	○	△
弱め界磁	△	○
リラクタントルク	-	○
コア渦電流損	△	○
トルクリブル	○	△
磁石重量(厚)	△	○
機械強度	△	○
振動・騒音	○	△

評価 ○：優, △：普通

出展 OHMSHA 社「易懂 小形馬達的技術」

<転子磁鐵配置：突極型各样的磁鐵配置>

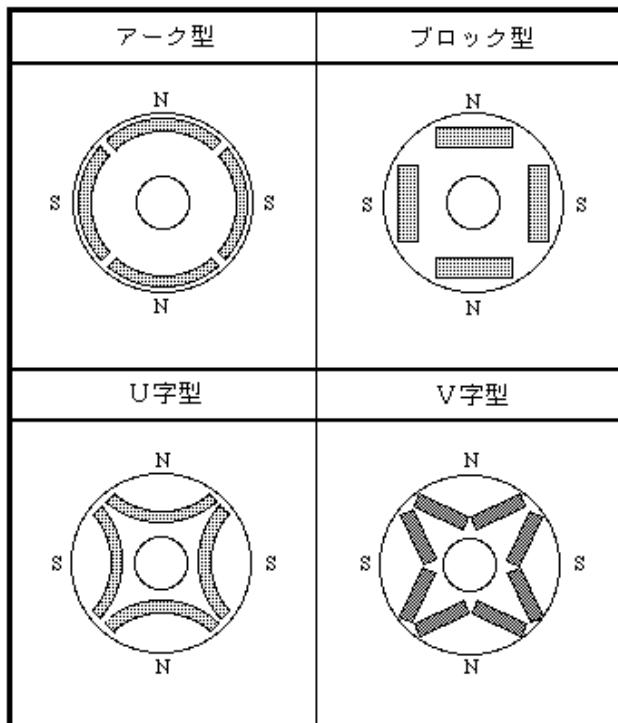


図 5-2 各样的埋入磁鐵方法突極性的不同点

出展 OHMSHA 的「易懂 小形馬達的技術」

<集中巻与分布巻>

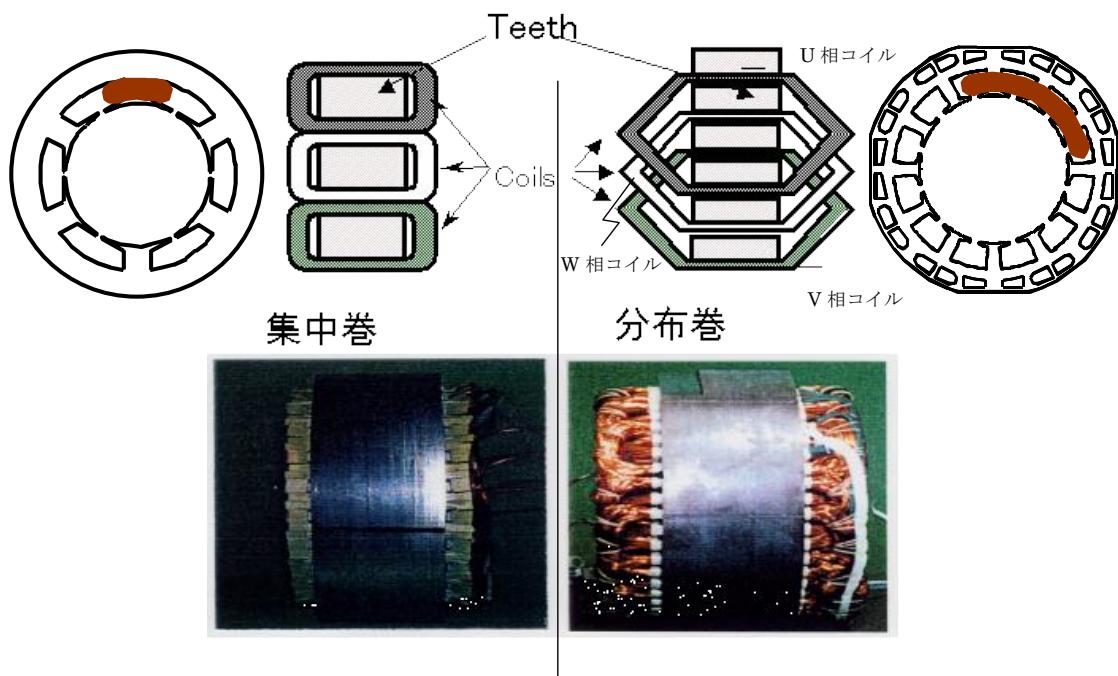


図 5-3 集中巻与分布巻
(分布巻为 4 極機的时候)

6. 永久磁鐵同步馬達的 d-q 模型式的導出

(注) 本章的內容為, 跟如下資料一樣

① 「技術 0-1_馬達控制必要な知識 三角関数_yymdd.doc」【与電気の関連 6】

② 「技術 6-3_一般模型式→拡張模型式→位置誤差式導出_yymdd.doc」

3. 一般模型式的導出 <無軸誤差>

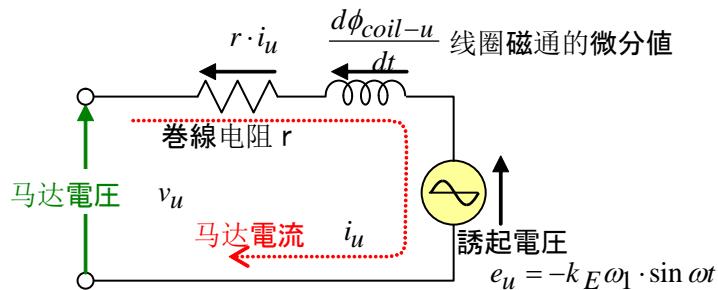


図 6-1 突極型 1 相分等価回路

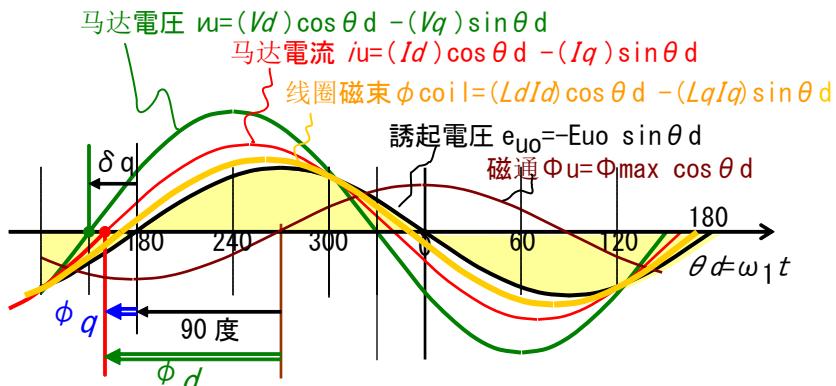


図 6-2 電圧, 電流, 2 个磁通の相位関係

(注記) 線圈磁通波形, 电感電圧

将転子側通過線圈磁通看作存在于跟線圈無関的独立転子的假想磁通, 当作这个跟着転子的旋转通過
(鎖交) 線圈的波形

将从馬達电流相位迟延 ϕI 的波形, 当做線圈磁通波形。転子永久磁鐵の磁極間无鐵的非突極馬達时成为 $\phi I=0$ 。

此線圈磁通波形的微分值成为电压, 从線圈磁通波形超前 90 度相位。

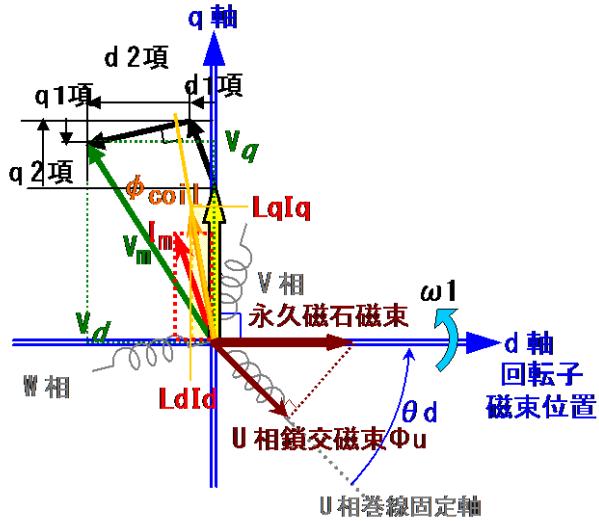


図 6-3 矢量図

(1) 馬達電流 i_u の I_d , I_q 表現

$$i_u = I_{peak} \cos(\omega_1 t + \phi_d) = (I_{peak} \cos \phi_d) \cdot \cos \omega_1 t - (I_{peak} \sin \phi_d) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-1-1)$$

在此

$$I_d = I_{peak} \cos \phi_d \quad (6-1-2)$$

$$I_q = I_{peak} \sin \phi_d \quad (6-1-3)$$

表示的话,

$$i_u = (I_d) \cos \omega_1 t - (I_q) \sin \omega_1 t \quad (6-1-4)$$

(2) 馬達電圧 v_u の V_d V_q 表現

$$v_u = V_{peak} \cos(\omega_1 t + \delta_d) = (V_{peak} \cos \delta_d) \cdot \cos \omega_1 t - (V_{peak} \sin \delta_d) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-2)$$

在此

$$V_d = V_{peak} \cos \delta_d \quad (6-3)$$

$$V_q = V_{peak} \sin \delta_d \quad (6-4)$$

表示的话

$$v_u = (V_d) \cos \omega_1 t - (V_q) \sin \omega_1 t \quad (6-5)$$

(3) 電圧方程式

$$v_u = r \cdot i_u + \frac{d\phi_{coil-u}}{dt} + e_u \quad (6-6)$$

在此, 第 1 項; 电阻電圧, 第 2 項; 电感電圧, 第 3 項; 誘起電圧

○ 电阻電圧

$$r \cdot i_u = (rI_d) \cdot \cos \omega_1 t - (rI_q) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-7)$$

○ 线圈磁通

$$\begin{aligned}\phi_{coil-u} &= L_d \cdot I_d \cos \omega_1 t - L_q \cdot I_q \sin \omega_1 t \\ &= \sqrt{(L_d I_d)^2 + (L_q I_q)^2} \cdot \cos \left(\omega_1 t + \tan^{-1} \left(\frac{L_q I_q}{L_d I_d} \right) \right) \quad (6-8)\end{aligned}$$

○ 电感电压 (线圈磁通的微分值)

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_{coil-u}}{dt} &= \left(\frac{d(L_d I_d)}{dt} \cos \omega_1 t - \omega_1 L_d I_d \sin \omega_1 t \right) - \left(\frac{d(L_q I_q)}{dt} \sin \omega_1 t + \omega_1 L_q I_q \cos \omega_1 t \right) \\ &= \left(\frac{d(L_d I_d)}{dt} - \omega_1 L_q I_q \right) \cdot \cos \omega_1 t - \left(\frac{d(L_q I_q)}{dt} + \omega_1 L_d I_d \right) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-9)\end{aligned}$$

○ 调起电压 (锁交于线圈的永久磁铁磁通的微分值)

$$e_u = -k_E \omega_1 \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-10)$$

在此, k_E 为发电定数 V/(rad/sec)

○ 马达电压

(6-6) 右边的各项上代入, (6-8), (6-9), (6-10) 式。

$$\begin{aligned}v_u &= (rI_d) \cdot \cos \omega_1 t - (rI_q) \cdot \sin \omega_1 t \\ &\quad + \left(\frac{d(L_d I_d)}{dt} - \omega_1 L_q I_q \right) \cdot \cos \omega_1 t - \left(\frac{d(L_q I_q)}{dt} + \omega_1 L_d I_d \right) \cdot \sin \omega_1 t \\ &\quad - k_E \omega_1 \cdot \sin \omega_1 t \\ &= \left(rI_d + \frac{d(L_d I_d)}{dt} - \omega_1 L_q I_q \right) \cdot \cos \omega_1 t - \left(rI_q + \frac{d(L_q I_q)}{dt} + \omega_1 L_d I_d + k_E \omega_1 \right) \cdot \sin \omega_1 t \\ &= ((r + pL_d)I_d - \omega_1 L_q I_q) \cdot \cos \omega_1 t - ((r + pL_q)I_q + \omega_1 L_d I_d + k_E \omega_1) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-11)\end{aligned}$$

但是, $p = \frac{d}{dt}$ 微分演算子

将上式跟 (6-5) 式对比之后能得到下式。

$$\begin{aligned}V_d &= (r + pL_d)I_d - \omega_1 L_q I_q \\ V_q &= (r + pL_q)I_q + \omega_1 L_d I_d + k_E \omega_1 \quad (6-12)\end{aligned}$$

按照行列式的形式来表示的话如下式

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r + pL_d & -\omega_1 L_q \\ \omega_1 L_d & r + pL_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_E \omega_1 \end{bmatrix} \quad (6-13)$$

7. 永久磁铁同步马达的公式

(注) 本章的内容为,

「技術 0-1_马达控制上必要的知識 三角関数_yymmdd.doc」【与電氣的関連 7】
一样

7.1 马达输出/从機械角速度的力矩式導出

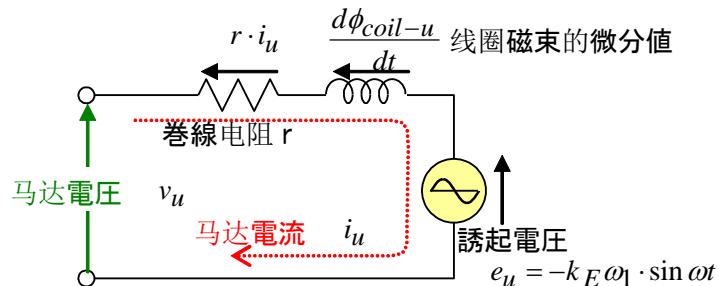


图 7-1 突極型 1 相分等価回路

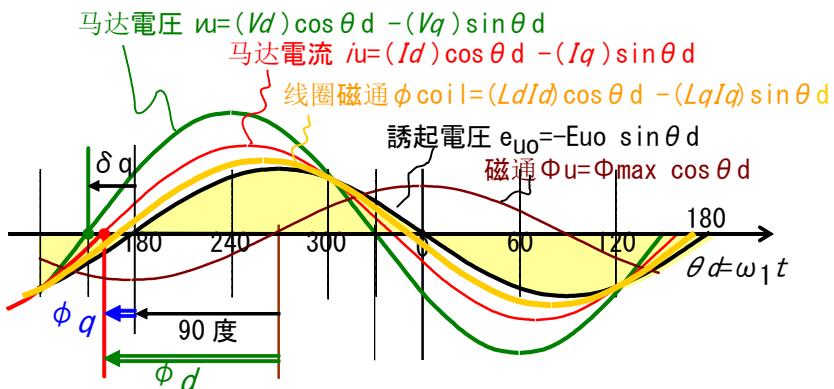


图 7-2 各部の相位関係

(注記) 关于线圈磁通 ϕ_{coil} 波形,

将转子側通過线圈磁束, 当做跟线圈無關係的独立地存在于转子的假想磁通, 这个跟着转子的旋转通过线圈 (锁交), 这么考虑的波形

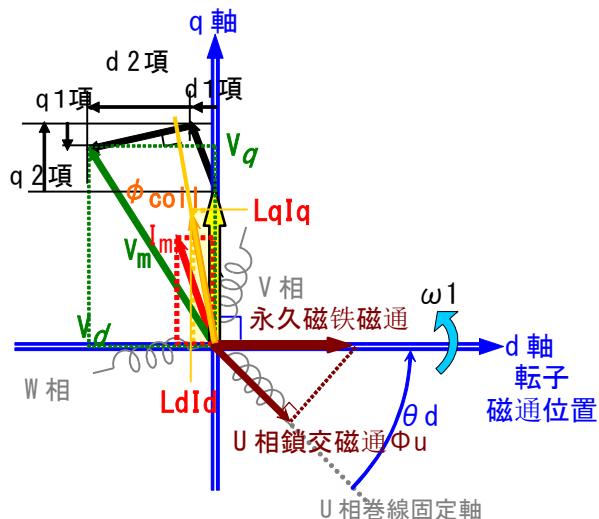


图 7-3 矢量図

電氣角频率为 ω_1 ，機械角速度为 ω_r ，極對数作为 P。此時有 $\omega_1 = P\omega_r$ 的關係。

(1) 永久磁铁力矩式的導出

○求法

跟永久磁铁的旋转一起磁通通过线圈（鎖交）。永久磁铁磁通因为以 cos 関数分布于軸子上，所以鎖交磁通也是 cos 関数。其結果，根据 faradi 電磁誘導的法則，线圈侧发生誘起電压。

其誘起電压与馬达電流的積就是馬达的输出（=機械角速度 × 力矩），将这个除于機械角速度来求出力矩。

○鎖交磁束

$$\phi_{M-u} = \Phi_M \cos \omega_1 t \quad \dots \quad (7-1)$$

○誘起電压

(17-1)式，微分鎖交磁束。

$$e_{0-u} = \frac{d\phi_{M-u}}{dt} = -\omega_1 \Phi_M \sin \omega_1 t \quad \dots \quad (7-2)$$

在此将總磁束 置换于發電定数 k_E （相波高值 $V/(rad/s)ele$ ；電氣角频率附近的相波高值）

$$e_{0-u} = -k_E \omega_1 \sin \omega_1 t \quad \dots \quad (7-3)$$

○馬达電流；

$$i_u = I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t \quad \dots \quad (7-4)$$

○馬达输出

3相馬达的输出等于1相分输出平均值的3倍。【与電氣的関連3】交流瞬時電力参照

$$\begin{aligned} 1\text{相電力} ; P_{out-mag} / \text{Phase} &= -k_E \omega_1 \sin \omega_1 t \cdot (I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t) \\ &= \omega_1 \left\{ k_E I_q \sin^2 \omega_1 t - k_E I_d \sin \omega_1 t \cos \omega_1 t \right\} \quad \dots \quad (7-5) \\ &= \omega_1 \left\{ \frac{k_E I_q}{2} - \frac{k_E I_q}{2} \cos 2\omega_1 t - \frac{k_E I_d}{2} \sin 2\omega_1 t \right\} \end{aligned}$$

$$3\text{相電力} ; P_{out-mag} = \frac{3}{2} \omega_1 k_E I_q \quad \dots \quad (7-6)$$

○永久磁铁力矩

将(17-6)式的馬达输出除于機械角速度 得到永久磁铁力矩式。

$$\tau_{mag} = \frac{P_{out-mag}}{\omega_r} = \frac{3}{2} \frac{\omega_1}{\omega_r} k_E I_q = \frac{3}{2} P \cdot k_E I_q \quad \dots \quad (7-7)$$

(2) リラクタンストルク式の導出

○考慮方法及求法

将通过転子側线圈磁通看作存在于跟线圈無関係而独立的転子上的仮想磁通,

这个随着転子的旋转通過(鎖交)线圈, 考虑为线圈側发生仮想突極誘起電圧。

其仮想突極誘起電圧与馬达電流的積就是馬达输出(=機械角速度×力矩), 除于这機械角速度求到力矩。

○线圈磁束

$$\phi_{coil-u} = (L_d I_d) \cos \omega_1 t - (L_q I_q) \sin \omega_1 t = \sqrt{(L_d I_d)^2 + (L_q I_q)^2} \cdot \cos \left(\omega_1 t + \tan^{-1} \left(\frac{L_q I_q}{L_d I_d} \right) \right) \quad (7-8)$$

○仮想突極誘起電圧

微分(17-8)式的线圈磁束。但是, 根据上述的想法, 只微分交流的時間變化分(的項), I_d, I_q 不微分。

$$e_{0-u-salient} = \frac{d\phi_{coil-u}}{dt} = -\omega_1 (L_q I_q) \cdot \cos \omega_1 t - \omega_1 (L_d I_d) \cdot \sin \omega_1 t \quad (7-9)$$

○馬达電流

$$i_u = I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t \quad (7-4)$$

○馬达输出

3相モータの出力は, 1相分出力の平均値を3倍したもの。

3相馬达的输出等于1相分输出的平均值的3倍。【与電気的関連3】交流瞬時電力参照

1相電力:

$$\begin{aligned} P_{out-salient} / phase &= (-\omega_1 (L_q I_q) \cdot \cos \omega_1 t - \omega_1 (L_d I_d) \cdot \sin \omega_1 t) \cdot (I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t) \cdot \\ &= \omega_1 \left[-L_q I_q I_d \cos^2 \omega_1 t + L_d I_d I_q \sin^2 \omega_1 t - (L_d I_d^2 - L_q I_q^2) \cdot \sin \omega_1 t \cos \omega_1 t \right] \\ &= \omega_1 \left\{ \frac{(L_d - L_q) I_d I_q}{2} + \frac{(L_d - L_q) I_d I_q}{2} \cos 2\omega_1 t - \frac{L_d I_d^2 - L_q I_q^2}{2} \sin 2\omega_1 t \right\} \end{aligned} \quad (7-10)$$

$$3\text{相電力}; P_{out-salient} = \frac{3}{2} \omega_1 (L_d - L_q) I_d I_q \quad (7-11)$$

○电感力矩

将(7-11)式的馬达输出除于機械角速度,

$$\tau_{salient} = \frac{P_{out-salient}}{\omega_r} = \frac{3}{2} \frac{\omega_1}{\omega_r} (L_d - L_q) I_d I_q = \frac{3}{2} P (L_d - L_q) I_d I_q \quad (7-12)$$

(3) 合成力矩

根据(7-7)与(7-12), 成为永久磁铁馬达的力矩式。

$$\tau = \tau_{mag} + \tau_{salient} = \frac{P_{out-salient}}{\omega_r} = \frac{3}{2} P \cdot (k_E I_q + (L_d - L_q) I_d I_q) \quad (7-13)$$