

## 1. 序言

为了习得马达控制技术，需要先理解如下基础学问。

- (1) 数学 ； 三角関数，指数関数，複素関数，微分，積分，行列，座標（直交，極）
- (2) 電気电路 ； 交流理論（3相交流，歪交流），過渡現象
- (3) 控制理論 ； 普拉普斯变换，伝達関数古典控制（比例積分控制），濾波器
- (4) 電磁気学 ； 力矩発生原理

筆者至今作成的技術資料中最基礎的资料为

技術 0-1\_马达控制上必要的知識 三角関数\_yymdd.doc

技術 0-2\_马达控制上必要的知識 电感\_yymdd.doc

等

本技術資料为基础技術的第 3 段，关于永久磁石同步马达进行说明。

## 2. 電流与磁通与力量，方向關係是？

### 2.1 佛来明左手的法則（右螺丝的力量法則）

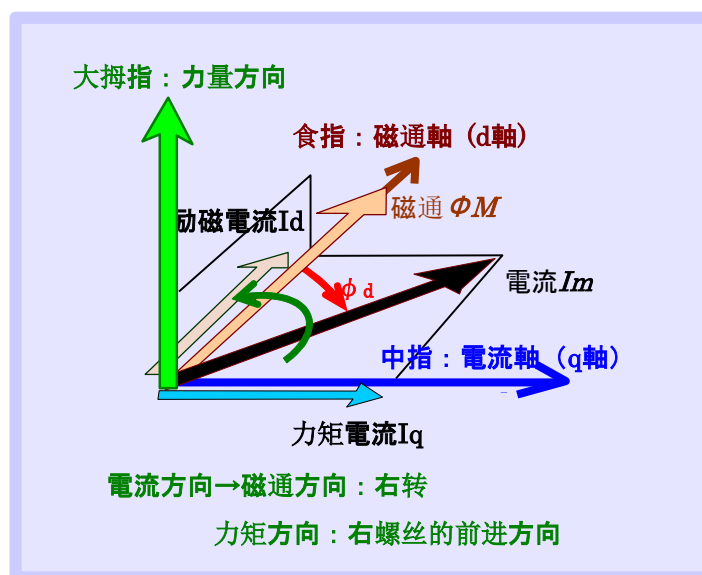


图 2-1 根据佛来明左手法則（右螺丝力量法則）的力量方向說明

<所谓的力量方向？>

「佛来明左手的法則」

中指 → 電流軸（橫軸，q 軸；quadrature）

食指 → 磁束軸（直軸，d 軸；direct）

大拇指 → 作用于電流的力量方向

「右螺丝的力量法則」

从電流方向向磁通方向旋转右螺丝 ⇒ 螺丝前进的方向为力量的方向。

<将電流分成 2 个成分> 矢量控制的基础中的基础

从磁通軸（食指）向電流軸（中指） $\phi_d$ 的位置上，假设有个 $I_m$ 大小的電流。  
此时，将電流分成如下2个成分来处理。

d 軸成分；

$$I_d = I_m \cdot \cos \phi_d$$

q 軸成分；

$$I_q = I_m \cdot \sin \phi_d$$

## 2.2 右螺丝的法則其 1

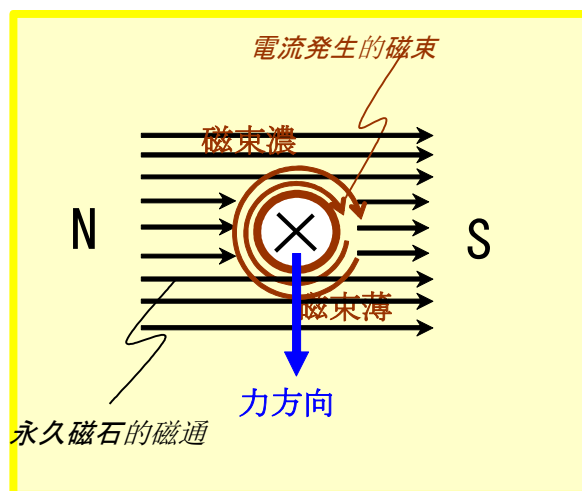


图 2-2 右螺丝的法則其 1

### <電流方向与磁通方向>

- 導線上导通電流的话，一定会产生磁通。磁束的流动都有方向。
- 表示此磁通方向的法則就是，右螺丝的法則其 1。
  - 如果右螺丝前进方向上合起電流方向，就旋转右螺丝的方向上流动磁通。
  - 磁通溜过来的方向为N，流去的方向为S。（風向为，風来的方向）

### <力量的方向>

- 「右螺丝的力法則」

从電流方向向磁通方向旋转右螺丝 ⇒ 螺丝前进的方向为力量的方向。

- 解除磁通粗密的方向（自然界是安定，均一地作用）

永久磁铁磁通与導線磁通的 2 種存在

图 2-2 的上面，2 个磁束方向为一样，磁束会变濃（磁束密度大）。

图 2-2 の下面为，2 个磁通方向为逆方向，磁束变薄（磁束密度小）。

磁通想要均一分布，从磁通濃的侧向薄的侧发生力量。图 2 中从上往下发生力量。

### 3. 帶刷子直流马达的力矩発生原理（右螺丝的法則其2）

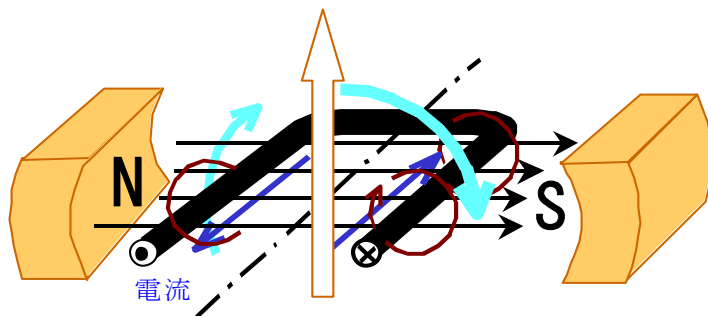


图 3-1 以导通线圈的電流而發生的磁通（右螺丝的法則其2）

#### <以线圈電流而發生的磁通的方向>

○根据右螺丝的法則 1，考虑图 2 的磁通方向。

右侧的導線与左侧的導線各个上，适用右螺丝的法則（其 1），以线圈围住的空間内，从下到上方向流动磁通。

○对此，连贯线圈上流动的電流方向与磁通方向的法則就是，右螺丝法則（其 2）。旋转右螺丝的方向上合起電流方向的话（从图 2 的下側向于上側，向右转方向旋），右螺丝的前进方向上，以线圈围住的空間内流动磁通。

#### <力量的方向>

存在永久磁铁磁通与线圈磁通的 2 種, 成为不同的磁通方向。在此，为了 2 种磁通方向变成一致，线圈上力量起个作用。

#### <旋轉轉方向>

帶刷子直流马达时，人固定永久磁铁, 让线圈旋转而做。跟着，作用于线圈上的力量，为使 2 种磁通的方向一致，线圈旋转。图 3 的例中右转方向旋转。

#### 4. 永久磁铁同步马达的力矩发生原理

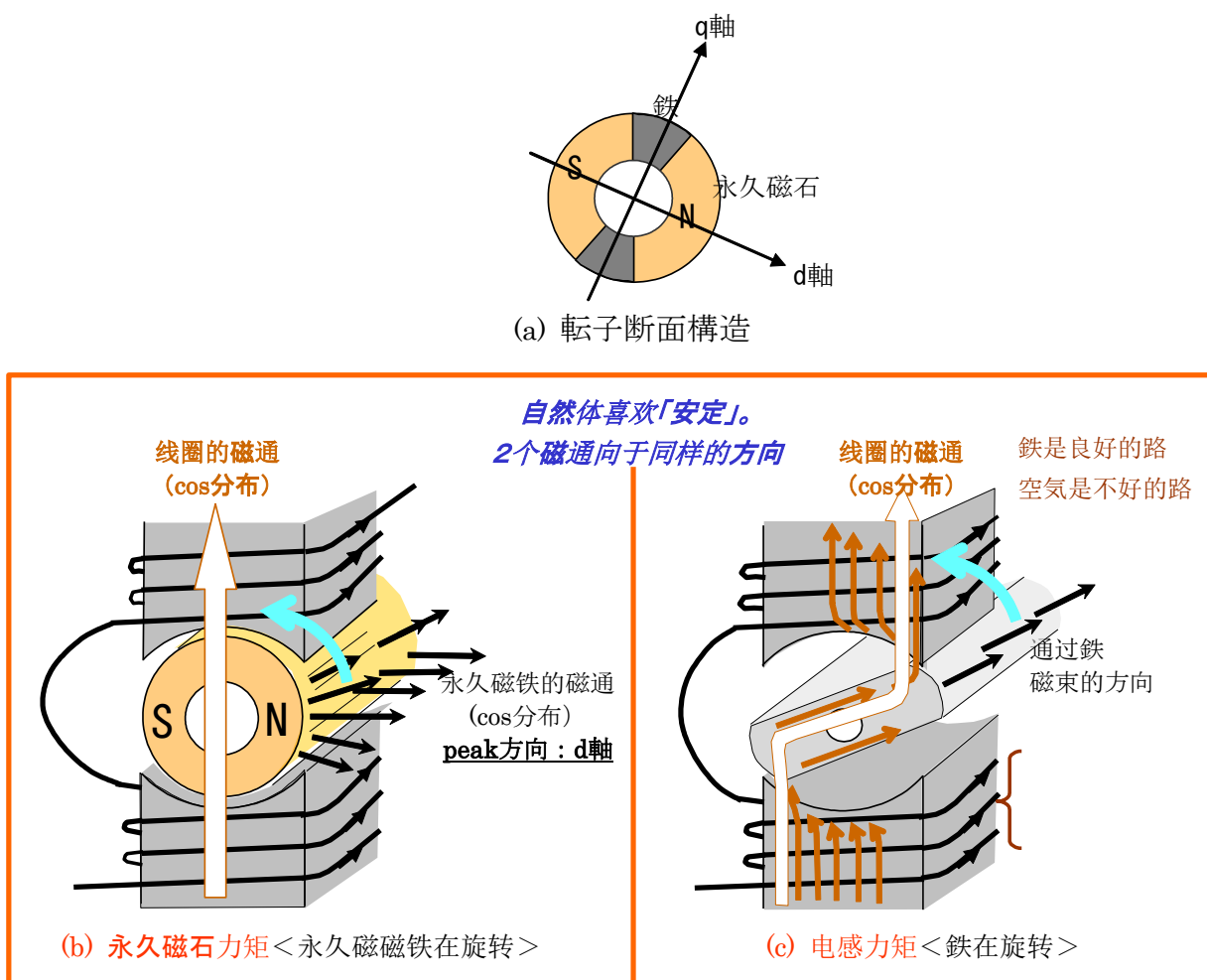


图 4-1 利用 2 个力量的永久磁铁同步马达

< 转子的断面构造 > 图 4-1 (a) 参照

最近的永久磁铁同步马达的转子，永久磁铁的N极与S极之间有铁。再加上以线圈发生的磁通与永久磁铁间的力量，发生铁的力量（电感力矩）。

图 4-1 中，为了说明 2 个力量，一个是只有永久磁铁的转子时和，只有铁时候的转子时分开。

< 永久磁石磁束的方向与分布, 及鉄的配置位置 >

从配置在转子的磁铁发生磁通。设计为转子表面上以 cos 関数形状分布永久磁铁磁通。

磁通出来的N极侧，磁通最浓的位置（cos 関数的波高值位置）为 d 軸 的正方向位置。从那向旋转方向超前 90 度的方向为 q 軸，q 軸上配置鉄的幅中央。

< 以线圈电流而发生的磁束的方向与分布 > 图 4-1 (b) (c) 参照

○根据右螺丝的法則 2，考虑以图 4-1 的线圈电流而发生的磁通的方向。

旋转右螺丝的方向上合起电流的方向，（从图 4-1 的下侧到向上侧向右方向旋转），向右螺丝前进的方向以线圈围住的内侧流动磁通，通过转子侧。

○图 4-1 中将线圈磁通用白色箭形符号表示，鉄心的中央位置为  $\cos$  関数の波高値位置，使磁束分布而设计马达。此位置叫线圈軸。（詳細参照图 7）

#### <永久磁铁 力量方向与旋转方向> 图 4-1 (b) 参照

存在永久磁铁磁通与线圈磁通 2 種, 各个的磁通方向不同。在此为了两个磁通方向一致，线圈上作用自然力量。

永久磁铁同步马达时，人固定线圈，让永久磁铁旋转。跟着让 2 个磁通的方向一致，永久磁铁回旋转。图 4 的例中，左旋转。

#### <鉄 力量方向与旋转方向> 图 4-1 (c) 参照

以固定子线圈做的磁通过转子，如果线圈磁通位置与鉄的位置方向偏，就通过鉄的磁通方向和固定子側的磁通方向不同。在此，让 2 个磁通方向一致，线圈上作用自然力。然后，线圈被固定，鉄就左旋。

#### <永久磁铁磁通与线圈磁通間角度与力矩的關係> 图 5 参照

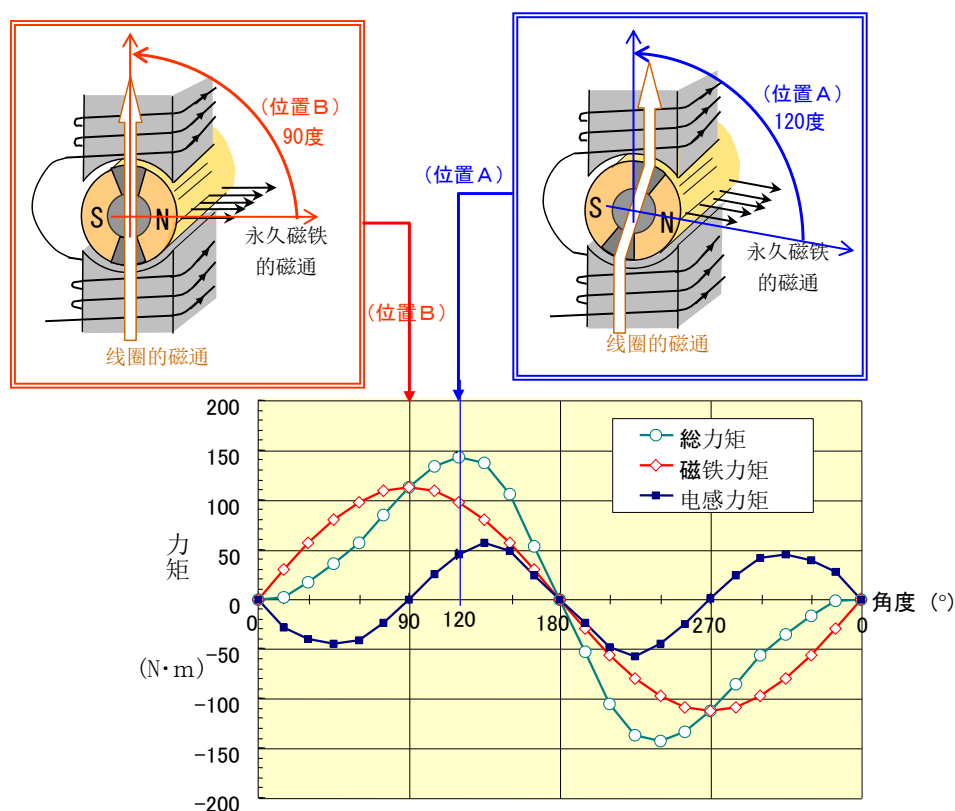


图 4-2 电感力矩与永久磁铁力矩的例  
(线圈磁通-永久磁铁磁通間位置与马达力矩的關係)  
出展 OHMSHA「易懂 小形马达技術」

将永久磁铁磁通与线圈磁通間角度作为横軸，图 4-2 为画各角度差时發生的力矩。同图中，永久磁铁力矩，鉄力矩（电感力矩），加 2 个的総力矩等个曲線。

对于从 0 度到 360 度的 2 个磁通間角度，永久磁铁力矩是每 180 度时变化为正力矩和負力矩，正数的最大为 90 度，負数的最大为 270 度时發生。一方，电感力矩是每 90 度正→負→正→負来变化，

正的最大为 135 度与 315 度, 負的最大为 45 度与 225 度时發生。加算 2 个力矩的総力矩从马达被输出。此総力矩变最大的位置为, 图 4-2 的例中 120 度 (正的最大) 或者是 300 度 (負的最大) 的位置。

这些力矩, 比例于线圈上通電的電流大小而大小会变化。例如为了在 90 度的磁通間角度时输出跟 120 度的磁通間角度与同样力矩, 必须导通很大的電流。反过来说, 出同样的力矩时也 120 度的磁通間角度位置關係的话可以作为電流最小。

此電流最小的磁通間角度为, 图 4-2 中是 120 度, 但是不是每次都是 120 度, 根据不同的马达, 根据力矩而变化。图 4-3 表示的是其情况。

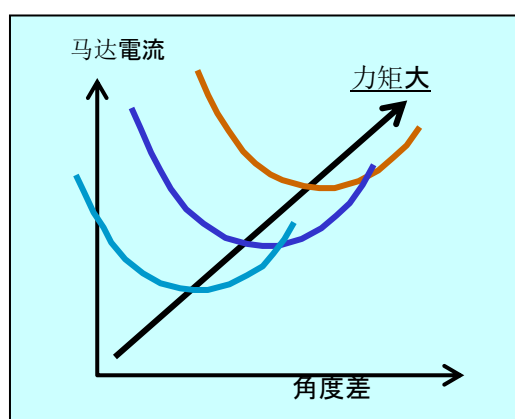


图 4-3 马达電流变成最小的 2 个磁通間角度的变化

### <3 相线圈的磁通分布>

使用图 4-2 的說明中, 以固定转子不让转子旋转时發生的力矩来说明。解除固定的话 0 度或者是 180 度位置上轉子会移動, 力矩就成 0, 这样就不起马达作用。为了继续出力量发挥马达的功能, 使维持同样的角度差来旋转线圈磁通。(检测永久磁铁磁通位置, 比其超前的位置上做磁通。)

转转线圈磁通的装置之一为 3 相线圈。

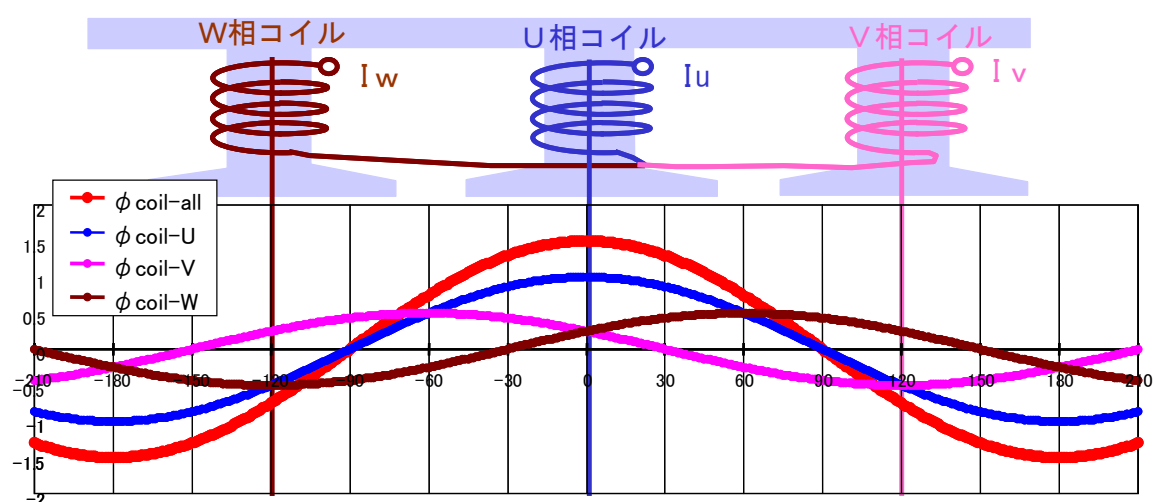


图 4-4 导通 3 相马达的线圈電流 ( $I_v = I_w = -I_u/2 < 0$ ) 時的磁通分布之例

图 4-4 表示的是，将 U 相线圈的中心部作为  $\theta = 0$  直线展开 3 相马达的，相互离开 120 度的位置上 U 相，V 相，W 相的各相线圈与，各相线圈上以  $I_v = I_w = -I_u/2$  关系导通直流電流时的，以各相线圈作成的磁通（ $\phi_{coil-u}$ ；蓝色線， $\phi_{coil-v}$ ；粉色色線， $\phi_{coil-w}$ ；棕色線），及合成的磁通（ $\phi_{coil-all}$ ；红色線）的空間分布。

但是为了进行说明，图 4-4 的举得例子是，永久磁铁磁極間没有鉄的转子时的空間磁通分布。

自从各相线圈的磁通，通过气隙（图中没有表示）进入轉子，通过轉子内部从离开 180 度的位置通过气隙，（图中没有表示）进入在离开 180 度的逆位置的线圈，通过固定子鉄心回到原来的线圈位置。对于此磁通的流动，图 4-4 表示的是气隙的磁通分布。各相都是将线圈中心部的底下作为 peak 的，cos 関数的磁通分布的马达。

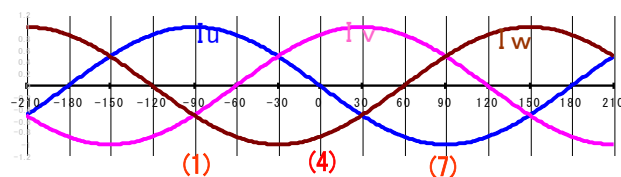
对于 U 相线圈磁通分布，V 相线圈及 W 相线圈磁通分布为，分布于 120 度離開的位置上，图 4-4 中将 V 相，W 相的電流作为 U 相電流的-1/2，所以磁通的 peak 值也成为-1/2 倍的磁通分布。

所谓的线圈磁通位置是，cos 関数分布的正的 peak 值（N 極）的位置。图 7 的例中 U 相线圈磁通位置为 0 度，V 相线圈磁通位置为-60 度，W 相线圈磁通位置为 60 度，合成线圈磁束位置为 0 度。



## <线圈磁束分布的旋转原理>

### ○ 電流的時間上變化



### ○ 线圈磁通的空間分布 (永久磁铁の極間无鉄の轉子時)

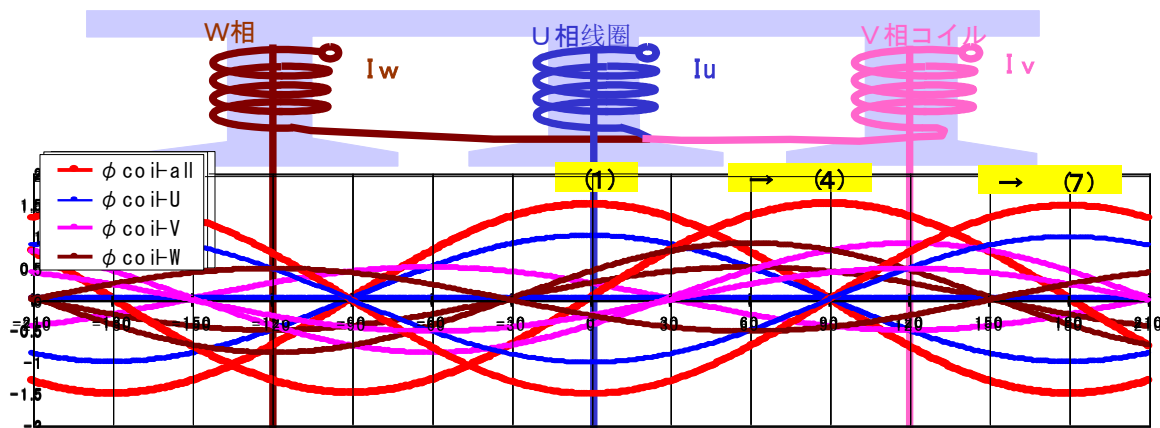


図4-5 合成线圈磁束の旋转

○ 3 相马达的 3 相线圈各个上导通 3 相交流電流，能知道以各个线圈發生的合成磁通的全磁通的空間分布在旋转。将此旋转磁界用公式来表現。

### ○ 交流電流的公式

$$i_u = I_{peak} \cos(\omega t + \phi_d) \quad \text{----- (1) U}$$

$$i_v = I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d - \frac{2}{3}\pi\right) \quad \text{----- (1) V}$$

$$i_w = I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d + \frac{2}{3}\pi\right) \quad \text{----- (1) W}$$

### ○ 各相的线圈磁通

$\phi_I$  ; 从线圈軸的线圈磁通分布的偏位 (永久磁铁の極間无鉄轉子時)

$\phi_d$  ; 从锁交于线圈的永久磁铁磁通角色看的電流位相

(注) 磁通 = 電流 × 电感，但是以下公式的表現時，将电感 = 1 来处理。

$$\begin{aligned} \phi_{coil-u}(t, \theta) &= i_u \cos(\theta + \phi_I) \\ &= I_{peak} \cos(\omega t + \phi_d) \cdot \cos(\theta + \phi_I) \quad \text{----- (2) u} \\ &= \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{coil-v}(t, \theta) &= i_v \cos\left(\theta + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d - \frac{2}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\theta + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I - \frac{4}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I)
\end{aligned}
\tag{2} v$$

$$\begin{aligned}
\phi_{coil-w}(t, \theta) &= i_w \cos\left(\theta + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= I_{peak} \cos\left(\omega t + \phi_d + \frac{2}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\theta + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I + \frac{4}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I)
\end{aligned}
\tag{2} w$$

○ 各相线圈磁通的総和 (合成线圈磁通)

$$\begin{aligned}
\phi_{total}(t, \theta) &= \phi_{coil-u}(t, \theta) + \phi_{coil-v}(t, \theta) + \phi_{coil-w}(t, \theta) \\
&= \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&\quad + \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I + \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&\quad + \frac{1}{2} I_{peak} \cos\left(\omega t + \theta + \phi_d + \phi_I - \frac{2}{3}\pi\right) + \frac{1}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I) \\
&= \frac{3}{2} I_{peak} \cos(\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I)
\end{aligned}
\tag{3}$$

上式为表示旋转磁界的公式。

○ 例

磁束成为  $\frac{3}{2} I_{peak}$  的位置； 从  $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = 0$  ,  $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I$

磁束成为 0 的位置；从  $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = \frac{\pi}{2}$  ,  $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I - \frac{\pi}{2}$

磁束成为  $-\frac{3}{2} I_{peak}$  的位置；从  $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = \pi$  ,  $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I - \pi$

磁束成为 0 的位置； 从  $\omega t - \theta + \phi_d - \phi_I = \frac{3\pi}{2}$  ,  $\theta = \omega t + \phi_d - \phi_I - \frac{3\pi}{2}$

## <合成线圈磁束位置的求法>

合成图 4-4 及图 4-5 的各相线圈磁通的磁通图是用 EXCEL 计算求出来的。将合成线圈磁通分布的位置（磁通的 peak 位置）不用 EXCEL 计算求出的方法是， $I_v = I_w = -I_u/2 < 0$  时作为例子使用图 4-6 说明。

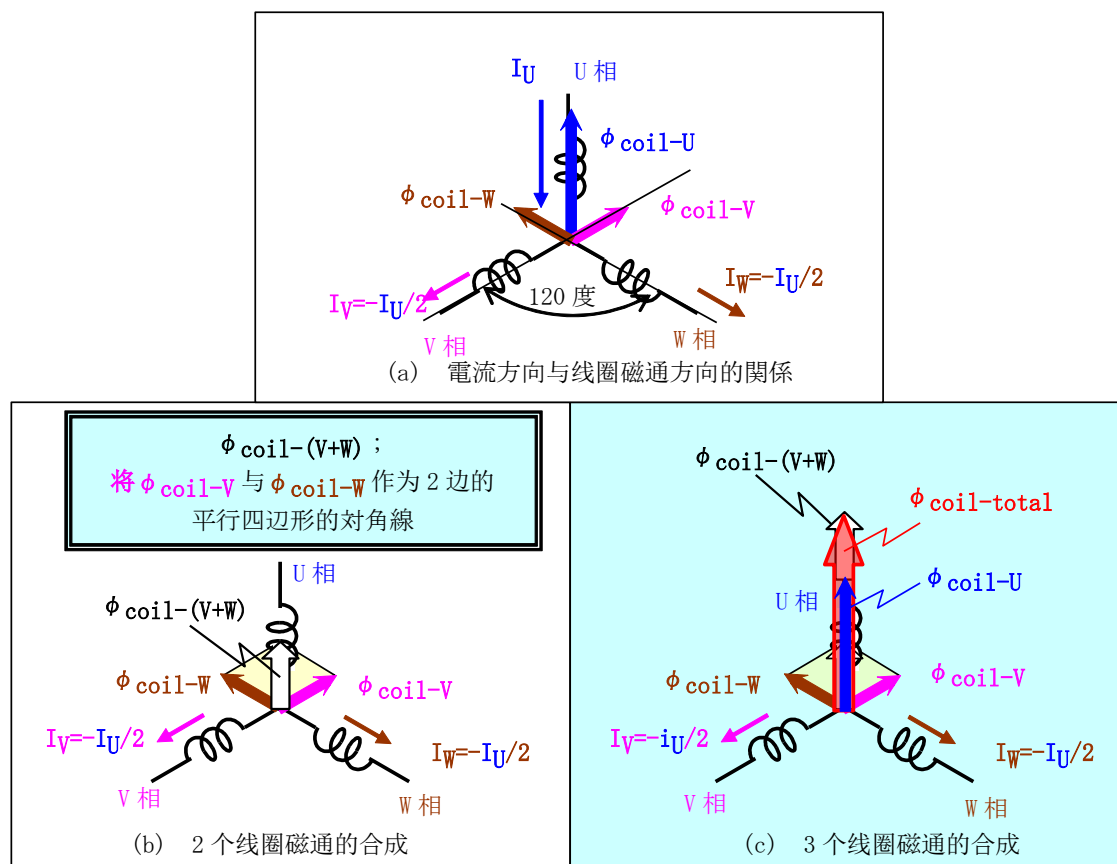


图 4-6 合成线圈磁通的方向与大小的求法

( $I_v = I_w = -I_u/2 < 0$  的时作为例子)

○ 卷線電流方向与线圈磁通方向的定義； 图 4-6(a) 参照

• 马达電流为正（流入线圈） $I_U > 0$ ：

从线圈中心部向将线圈軸上向于外面的方向发生 U 相线圈磁通  $\phi_{coil-U}$

• 马达電流为負（从线圈流出） $I_V = -I_U/2 < 0$ ， $I_W = -I_U/2 < 0$ ：

从线圈中心部向于跟线圈軸反对方向的方向上发生 V 相线圈磁通  $\phi_{coil-V}$ ，W 相线圈磁通  $\phi_{coil-W}$ 。  
这些磁通的大小，U 相线圈磁通  $\phi_{coil-U}$  的半份

○ 2 个线圈磁通  $\phi_{coil-V}$  与  $\phi_{coil-W}$  的合成磁通  $\phi_{coil-(V+W)}$ ； 图 4-6(b) 参照

将  $\phi_{coil-V}$  与  $\phi_{coil-W}$  作为 2 边的平行四边形的对角线为，合成磁通  $\phi_{coil-(V+W)}$ 。

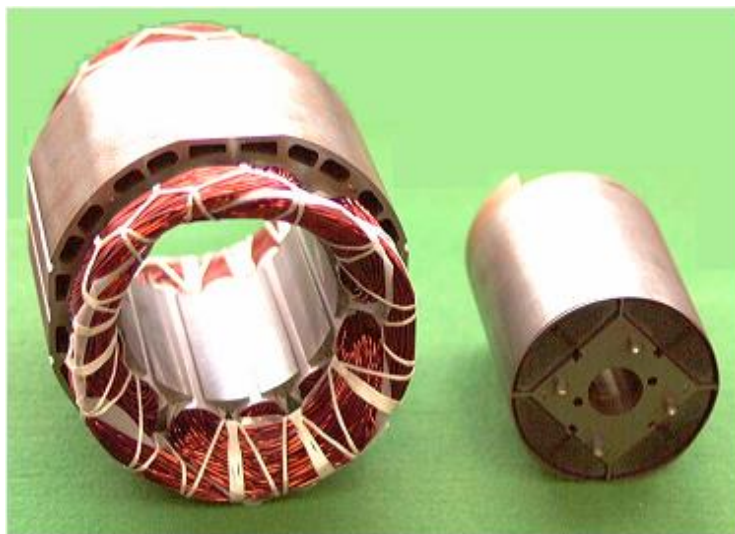
$I_v = I_w = -I_u/2$  时，跟  $\phi_{coil-U}$  同样的方向，大小为  $\phi_{coil-V}$  及  $\phi_{coil-W}$  的  $\cos 60^\circ \times 2 = 1$  倍，即是  $\phi_{coil-U}$  的 1/2 倍

○ 3 个线圈磁通的合成  $\phi_{coil-total}$ ； 图 4-6(c) 参照

2 个线圈磁通  $\phi_{coil-V}$  与  $\phi_{coil-W}$  的合成磁通  $\phi_{coil-(V+W)}$  与，跟 U 相线圈磁通  $\phi_{coil-U}$  同样方向，所以合成磁通也成为一样的方向，大小为  $\phi_{coil-U}$  的 1.5 倍

## 5. 永久磁铁同步马达の種類

< 转子与固定子的实物照片的例 >



(a) 固定子：分布巻，转子：埋入型／非突極转子／铁氧体磁铁



(b) 固定子：集中巻，转子：埋入型／突極型／稀土磁铁

図5-1 转子与固定子の構造例 2種

○，図5-1表示的是空调压缩机用的永久磁铁同步马达的固定子与转子的实物照片 2 種類。

同図 (a) 固定子：分布巻，

转子：埋入型／非突極转子／铁氧体磁铁

同図 (b) 固定子：集中巻，

转子：埋入型／突極型／铁氧体磁铁

○稀土磁铁跟铁氧体磁铁比较，磁通密度高的高性能磁铁。

采用稀土磁铁的同図 (b) 的马达是，軸方向的長度短的小型化的马达。

## <構造分類>

表5-1 構造分類

马达構造	转子磁铁位置		转子磁铁配置		固定子巻線構造	
	表面 磁铁型	埋入 磁铁型	非突極型	突極型 (磁極間有鉄)	分布巻	集中巻
関連図表	表 5-1		表 5-1, 図 5-2		図 5-3	

### ○表面磁铁型 (Surface Permanent Magnet) 转子

转子磁铁露出转子铁心表面的。

在此说的露出是磁気上的露出，为了防止由于遠心力的磁石飛散，由于不锈钢，玻璃纖維強化塑料 (GFRP glass fiber reinforced plastics) 等的非磁性体被覆盖的表面型。

### 埋入磁石型 (Interior Permanent Magnet) 转子

转子磁铁埋入于转子铁心内部的。

### ○非突極型 转子

磁铁的N極与S極之间，无鉄的转子。马达力矩是只是永久磁铁力矩时發生。

### 突極型 转子

磁铁的N極与S極之間配置鉄的转子，发生电感力矩。

(注) 马达虽然设计上是非突極型，但是为了固定磁極間的磁铁也有鉄的马达。

特性上持有弱的突極性，发生很少的电感力矩。例如図5-1 (a)

### ○集中巻固定子

巻线在一个牙齿上。可以做扁平形状。

端部長的减少、就成为巻線电阻的减少、成为銅損、効率向上有好处。

但是，旋转磁界上高次谐波多。

- 对于磁通空間分布的正弦波，主要包含 3 次高次谐波。
- 线圈被巻的集中→ 磁通也集中

### 分布巻固定子

一般的巻線 (誘導马达)

最少也度过 3 縫的線端部長度大，銅量增加。

軸方向的長度短的扁平马达上不适合。

但是，高次谐波少的旋转磁界是可以的。

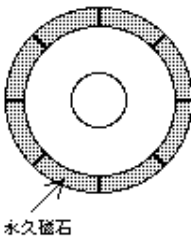
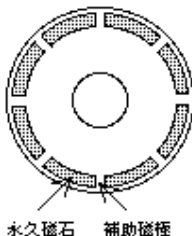
- 线圈分布着被巻。→ 磁通分布。

(注) 電氣学会中，埋入磁铁型＝突極型，表面磁铁型＝非突極型的同義語来处理。

因为也存在磁铁露出在表面的突極型马达，本資料中，用位置与配置的语言来另外处理。

< 转子磁铁位置：表面磁铁（SPM）与埋入磁铁（IPM） >

表 5-2 表面磁铁形与埋入磁铁形的比較

	表面磁石型 (SPM)	埋入磁石型 (IPM)
回転子構造		
有効磁束量	○	△
弱め界磁	△	○
リラクタンストルク	-	○
コア渦電流損	△	○
トルクリプル	○	△
磁石重量(厚)	△	○
機械強度	△	○
振動・騒音	○	△

評価 ○：優，△：普通

出展 OHMSHA 社「易懂 小形马达の技術」

< 转子磁铁配置：突極型各样的磁铁配置 >

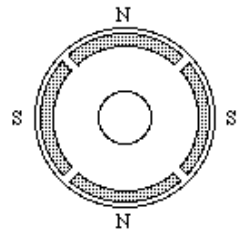
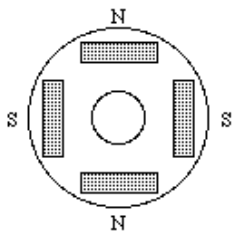
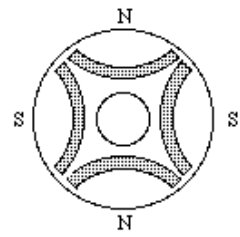
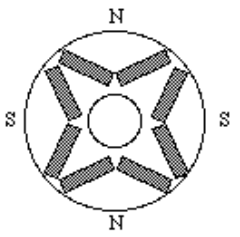
アーク型	ブロック型
	
U字型	V字型
	

図 5-2 各样的埋入磁铁方法突極性的不同点

出展 OHMSHA の「易懂 小形马达の技術」

<集中巻与分布巻>

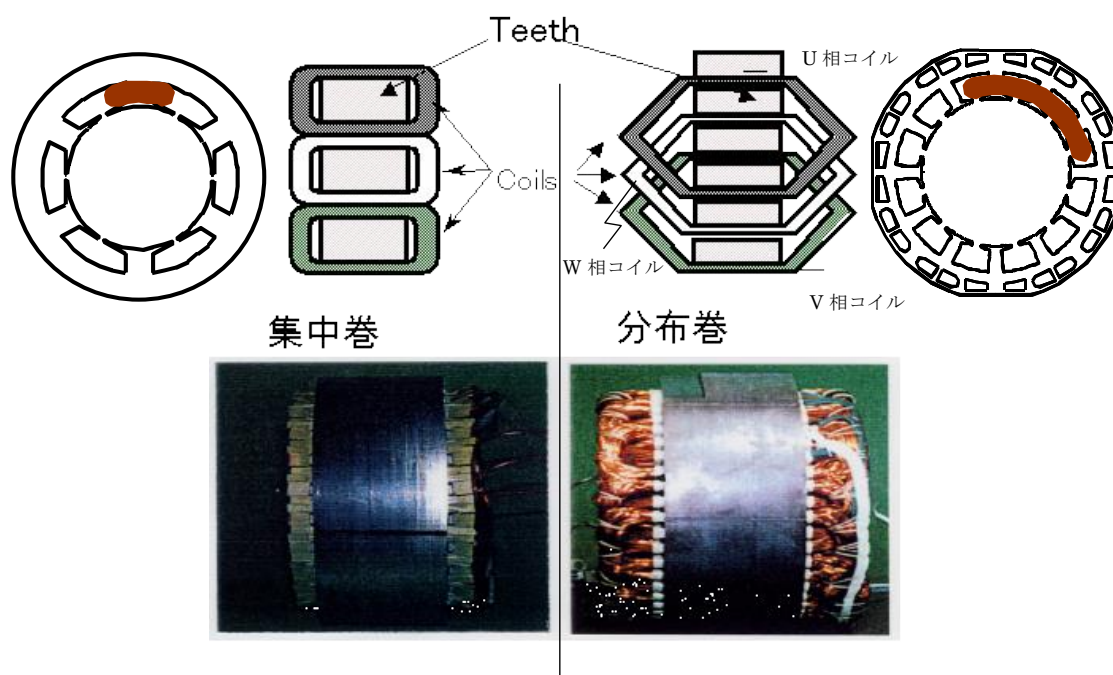


図 5-3 集中巻与分布巻  
(分布巻为 4 極機的时候)

## 6. 永久磁铁同步马达的 d-q 模型式的導出

(注)本章的内容为, 跟如下资料一样

①「技術 0-1\_马达控制必要な知識 三角関数\_yymdd.doc」【与電気の関連 6】

②「技術 6-3\_一般模型式→拡張模型式→位置誤差式導出\_yymdd.doc」

3. 一般模型式的導出 <无軸誤差>

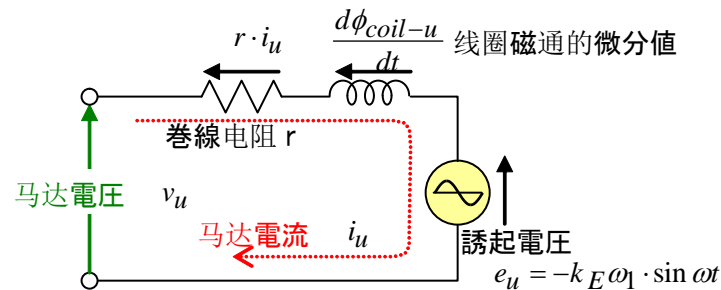


图 6-1 突極型 1 相分等価回路

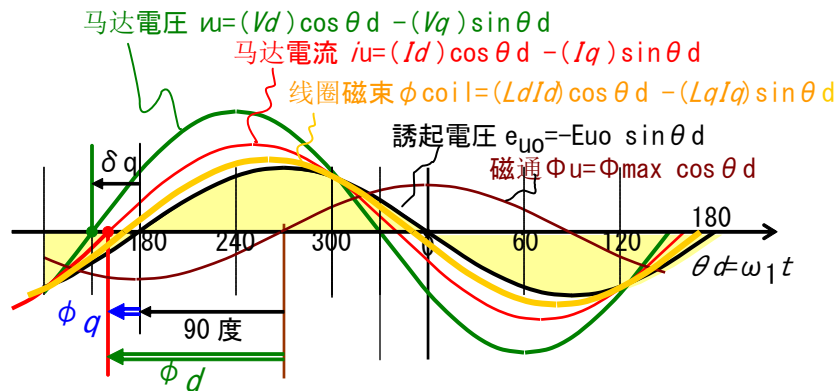


图 6-2 電圧, 電流, 2 个磁通的相位關係

(注記) 线圈磁通波形, 电感電圧

将轉子側通過线圈磁通看作存在于跟线圈無關的独立轉子的假想磁通, 当作这个跟着轉子的旋转通過 (鎖交) 线圈的波形

将从马达电流相位迟延  $\phi$  I 的波形, 当做线圈磁通波形。轉子永久磁铁的磁極間无鉄的非突極马达时成为  $\phi$  I=0。

此线圈磁通波形的微分値成为电压, 从线圈磁通波形超前 90 度相位。



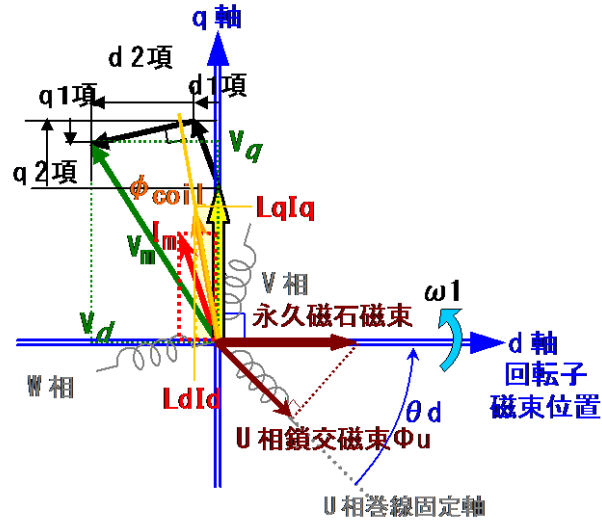


図 6-3 矢量図

### (1) 马达電流 $i_u$ の $I_d$ , $I_q$ 表現

$$i_u = I_{peak} \cos(\omega_1 t + \phi_d) = (I_{peak} \cos \phi_d) \cdot \cos \omega_1 t - (I_{peak} \sin \phi_d) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-1-1)$$

在此

$$I_d = I_{peak} \cos \phi_d \quad (6-1-2)$$

$$I_q = I_{peak} \sin \phi_d \quad (6-1-3)$$

表示的话,

$$i_u = (I_d) \cos \omega_1 t - (I_q) \sin \omega_1 t \quad (6-1-4)$$

### (2) 马达電圧 $v_u$ の $V_d$ $V_q$ 表現

$$v_u = V_{peak} \cos(\omega_1 t + \delta_d) = (V_{peak} \cos \delta_d) \cdot \cos \omega_1 t - (V_{peak} \sin \delta_d) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-2)$$

在此

$$V_d = V_{peak} \cos \delta_d \quad (6-3)$$

$$V_q = V_{peak} \sin \delta_d \quad (6-4)$$

表示的话

$$v_u = (V_d) \cos \omega_1 t - (V_q) \sin \omega_1 t \quad (6-5)$$

### (3) 電圧方程式

$$v_u = r \cdot i_u + \frac{d\phi_{coil-u}}{dt} + e_u \quad (6-6)$$

在此, 第 1 項 ; 电阻電圧, 第 2 項 ; 电感電圧, 第 3 項 ; 誘起電圧

○ 电阻電圧

$$r \cdot i_u = (r I_d) \cdot \cos \omega_1 t - (r I_q) \cdot \sin \omega_1 t \quad (6-7)$$

○ 线圈磁通

$$\begin{aligned}\phi_{coil-u} &= L_d \cdot I_d \cos \omega_1 t - L_q \cdot I_q \sin \omega_1 t \\ &= \sqrt{(L_d I_d)^2 + (L_q I_q)^2} \cdot \cos \left( \omega_1 t + \tan^{-1} \left( \frac{L_q I_q}{L_d I_d} \right) \right) \text{-----} (6-8)\end{aligned}$$

○ 电感电压 (线圈磁通的微分值)

$$\begin{aligned}\frac{d\phi_{coil-u}}{dt} &= \left( \frac{d(L_d I_d)}{dt} \cos \omega_1 t - \omega_1 L_d I_d \sin \omega_1 t \right) - \left( \frac{d(L_q I_q)}{dt} \sin \omega_1 t + \omega_1 L_q I_q \cos \omega_1 t \right) \\ &= \left( \frac{d(L_d I_d)}{dt} - \omega_1 L_q I_q \right) \cdot \cos \omega_1 t - \left( \frac{d(L_q I_q)}{dt} + \omega_1 L_d I_d \right) \cdot \sin \omega_1 t \text{----} (6-9)\end{aligned}$$

○ 誘起电压 (锁交于线圈的永久磁铁磁通的微分值)

$$e_u = -k_E \omega_1 \cdot \sin \omega_1 t \text{-----} (6-10)$$

在此,  $k_E$  为發電定数 V/(rad/sec)

○ 马达电压

(6-6) 右边的各项上代入, (6-8), (6-9), (6-10) 式。

$$\begin{aligned}v_u &= (r I_d) \cdot \cos \omega_1 t - (r I_q) \cdot \sin \omega_1 t \\ &\quad + \left( \frac{d(L_d I_d)}{dt} - \omega_1 L_q I_q \right) \cdot \cos \omega_1 t - \left( \frac{d(L_q I_q)}{dt} + \omega_1 L_d I_d \right) \cdot \sin \omega_1 t \\ &\quad - k_E \omega_1 \cdot \sin \omega_1 t \\ &= \left( r I_d + \frac{d(L_d I_d)}{dt} - \omega_1 L_q I_q \right) \cdot \cos \omega_1 t - \left( r I_q + \frac{d(L_q I_q)}{dt} + \omega_1 L_d I_d + k_E \omega_1 \right) \cdot \sin \omega_1 t \\ &= ((r + p L_d) I_d - \omega_1 L_q I_q) \cdot \cos \omega_1 t - ((r + p L_q) I_q + \omega_1 L_d I_d + k_E \omega_1) \cdot \sin \omega_1 t \text{--} (6-11)\end{aligned}$$

但是,  $p = \frac{d}{dt}$  微分演算子

将上式跟 (6-5) 式对比之后能得到下式。

$$\begin{aligned}V_d &= (r + p L_d) I_d - \omega_1 L_q I_q \\ V_q &= (r + p L_q) I_q + \omega_1 L_d I_d + k_E \omega_1 \text{-----} (6-12)\end{aligned}$$

按照行列式的形式来表示的话如下式

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r + p L_d & -\omega_1 L_q \\ \omega_1 L_d & r + p L_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_d \\ I_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ k_E \omega_1 \end{bmatrix} \text{-----} (6-13)$$

## 7. 永久磁铁同步马达的公式

(注) 本章的内容为,

「技術 0-1\_ 马达控制上必要的知識 三角関数\_yymdd.doc」【与電気の関連 7】  
一样

### 7.1 马达输出/从機械角速度的力矩式導出

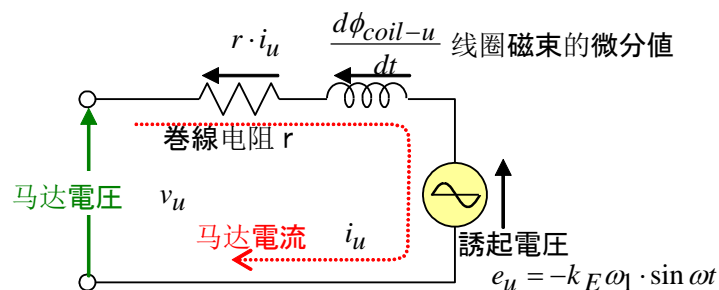


图 7-1 突極型 1 相分等価电路

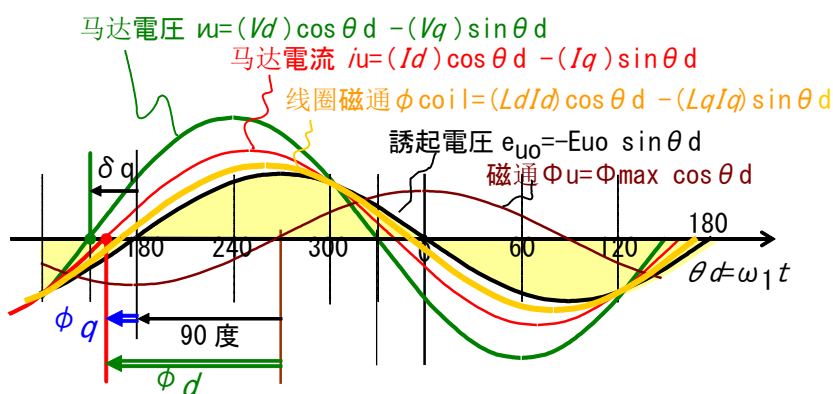


图 7-2 各部的相位關係

(注記) 关于线圈磁通  $\phi_{coil}$  波形,

将轉子側通過线圈磁束, 当做跟线圈無關係的独立地存在于轉子的假想磁通, 这个跟着轉子的旋转通过线圈 (鎖交), 这么考虑的波形

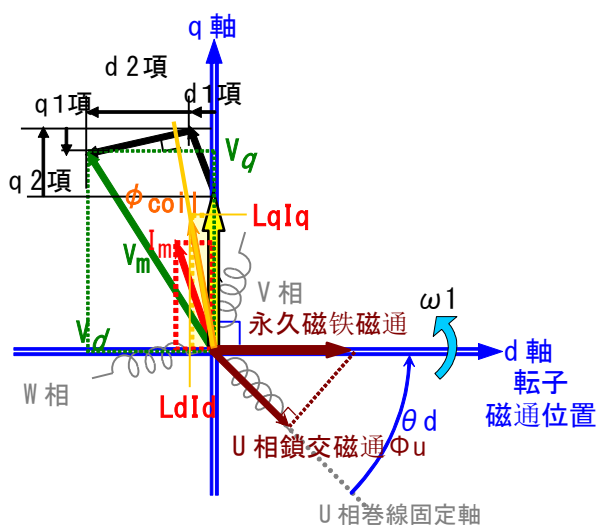


图 7-3 矢量図

電氣角頻率為 $\omega_1$ ，機械角速度為 $\omega_r$ ，極對數作為P。此時有 $\omega_1 = P\omega_r$ 的關係。

### (1) 永久磁鐵力矩式的導出

○求法

跟永久磁鐵的旋轉一起磁通通過線圈（鎖交）。永久磁鐵磁通因為以 $\cos$ 関数分布于轉子上，所以鎖交磁通也是 $\cos$ 関数。其結果，根據 faradi 電磁誘導的法則，線圈側發生誘起電壓。

其誘起電壓與馬達電流的積就是馬達的输出（＝機械角速度×力矩），將這個除於機械角速度來求出力矩。

○鎖交磁束

$$\phi_{M-u} = \Phi_M \cos \omega_1 t \text{ ----- (7-1)}$$

○誘起電壓

(17-1)式，微分鎖交磁束。

$$e_{0-u} = \frac{d\phi_{M-u}}{dt} = -\omega_1 \Phi_M \sin \omega_1 t \text{ ----- (7-2)}$$

在此將總磁束 置換於發電定數  $k_E$ （相波高值  $V/(\text{rad/s})$ ele；電氣角頻率附近的相波高值）

$$e_{0-u} = -k_E \omega_1 \sin \omega_1 t \text{ ----- (7-3)}$$

○馬達電流 ；

$$i_u = I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t \text{ ----- (7-4)}$$

○馬達输出

3相馬達的输出等於1相分输出平均值的3倍。【與電氣的關連3】交流瞬時電力參照

$$\begin{aligned} 1 \text{ 相電力； } P_{out-mag} / Phase &= -k_E \omega_1 \sin \omega_1 t \cdot (I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t) \\ &= \omega_1 \left\{ k_E I_q \sin^2 \omega_1 t - k_E I_d \sin \omega_1 t \cos \omega_1 t \right\} \text{ ----- (7-5)} \\ &= \omega_1 \left\{ \frac{k_E I_q}{2} - \frac{k_E I_q}{2} \cos 2\omega_1 t - \frac{k_E I_d}{2} \sin 2\omega_1 t \right\} \end{aligned}$$

$$3 \text{ 相電力； } P_{out-mag} = \frac{3}{2} \omega_1 k_E I_q \text{ ----- (7-6)}$$

○永久磁鐵力矩

將(17-6)式的馬達输出除於機械角速度 得到永久磁鐵力矩式。

$$\tau_{mag} = \frac{P_{out-mag}}{\omega_r} = \frac{3}{2} \frac{\omega_1}{\omega_r} k_E I_q = \frac{3}{2} P \cdot k_E I_q \text{ ----- (7-7)}$$

## (2) リラクタンストルク式の導出

### ○考慮方法及求法

将通过转子側线圈磁通看作存在于跟线圈無関係而独立的转子上的假想磁通，

这个随着转子的旋转通過（鎖交）线圈，考虑为线圈側发生假想突極誘起電圧。

其假想突極誘起電圧与马达電流的積就是马达输出（＝機械角速度×力矩），除于这機械角速度求到力矩。

### ○线圈磁束

$$\phi_{coil-u} = (L_d I_d) \cos \omega_1 t - (L_q I_q) \sin \omega_1 t = \sqrt{(L_d I_d)^2 + (L_q I_q)^2} \cdot \cos \left( \omega_1 t + \tan^{-1} \left( \frac{L_q I_q}{L_d I_d} \right) \right) \quad (7-8)$$

### ○假想突極誘起電圧

微分(17-8)式的线圈磁束。但是，根据上述的想法，只微分交流的時間變化分（的項）， $I_d, I_q$  不微分。

$$e_{0-u-salient} = \frac{d\phi_{coil-u}}{dt} = -\omega_1 (L_q I_q) \cdot \cos \omega_1 t - \omega_1 (L_d I_d) \cdot \sin \omega_1 t \quad (7-9)$$

### ○马达電流

$$i_u = I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t \quad (7-4)$$

### ○马达输出

3相モータの出力は，1相分出力の平均値を3倍したもの。

3相马达的输出等于1相分输出的平均值的3倍。【与電氣の関連3】交流瞬時電力参照

### 1相電力；

$$\begin{aligned} P_{out-salient} / phase &= (-\omega_1 (L_q I_q) \cdot \cos \omega_1 t - \omega_1 (L_d I_d) \cdot \sin \omega_1 t) \cdot (I_d \cos \omega_1 t - I_q \sin \omega_1 t) \\ &= \omega_1 \left[ -L_q I_q I_d \cos^2 \omega_1 t + L_d I_d I_q \sin^2 \omega_1 t - (L_d I_d^2 - L_q I_q^2) \cdot \sin \omega_1 t \cos \omega_1 t \right] \\ &= \omega_1 \left\{ \frac{(L_d - L_q) I_d I_q}{2} + \frac{(L_d - L_q) I_d I_q}{2} \cos 2\omega_1 t - \frac{L_d I_d^2 - L_q I_q^2}{2} \sin 2\omega_1 t \right\} \end{aligned} \quad (7-10)$$

$$3 \text{ 相電力； } P_{out-salient} = \frac{3}{2} \omega_1 (L_d - L_q) I_d I_q \quad (7-11)$$

### ○电感力矩

将(7-11)式的马达输出除于機械角速度，

$$\tau_{salient} = \frac{P_{out-salient}}{\omega_r} = \frac{3}{2} \frac{\omega_1}{\omega_r} (L_d - L_q) I_d I_q = \frac{3}{2} P (L_d - L_q) I_d I_q \quad (7-12)$$

## (3) 合成力矩

根据(7-7) 与(7-12)，成为永久磁铁马达的力矩式。

$$\tau = \tau_{mag} + \tau_{salient} = \frac{P_{out-salient}}{\omega_r} = \frac{3}{2} P \cdot (k_E I_q + (L_d - L_q) I_d I_q) \quad (7-13)$$